



وزارت آموزش و پرورش

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

آمار و احتمال - پایه یازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۱۱۲۱۵

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری

حمیدرضا امیری، علی ابراهیم‌نژاد، مهدی ایزدی، ناصر بروجرדיان، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو داودی، زهرا رحیمی، محمدحاشم رستمی، ابراهیم رحیمی، حمیدرضا سیدصالحی، میرشهرام صدر، اکرم قابل‌رحمت، طاهر قاسمی‌هری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه‌ریزی)

حمیدرضا امیری، میرشهرام صدر، امید نقشبند، محمود داورزنی، احسان بهرامی‌سامانی و عادل محمدپور (اعضای گروه تألیف) - مهدی ایزدی، احسان بهرامی‌سامانی، حمیدرضا سید صالحی، هوشنگ شریفی، آناهیتا کیمیجلی، عادل محمدپور و امید نقشبند (اعضای کمیته آمار و احتمال)

محمدکاظم بهنیا (ویراستار)

اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - زهرا بهشتی‌شیرازی (صفحه‌آرا)، صبا کاظمی (طراح جلد) - بهناز بهبود، شاداب ارشادی، علیرضا ملکان، کبری اجاتی، فاطمه رئیس‌یان‌فیروزآباد و مریم دهقان‌زاده (امور آماده‌سازی)

تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن: ۸۸۳۱۱۶۱-۹، ۸۸۳۰۹۲۶۶، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، گد پستی: ۱۵۸۴۷۲۷۳۵۹

وبسایت: www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران: کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (ناروییختی) تلفن: ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «مجموعه خاص»

چاپ هشتم ۱۴۰۳

نام کتاب:

پدیدآورنده:

مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف:

شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف:

مدیریت آماده‌سازی هنری:

شناسه افزوده آماده‌سازی:

نشانی سازمان:

ناشر:

چاپخانه:

سال انتشار و نوبت چاپ:

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۵-۲۷۷۲-۳

ISBN: 978-964-05-2773-3



وزارت آموزش و پرورش

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

آمار و احتمال - پایه یازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۱۱۲۱۵

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری

حمیدرضا امیری، علی ابراهیم‌نژاد، مهدی ایزدی، ناصر بروجرדיان، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو داودی، زهرا رحیمی، محمدحاشم رستمی، ابراهیم رحیمی، حمیدرضا سیدصالحی، میرشهرام صدر، اکرم قابل‌رحمت، طاهر قاسمی‌هری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه‌ریزی)

حمیدرضا امیری، میرشهرام صدر، امید نقشبند، محمود داورزنی، احسان بهرامی‌سامانی و عادل محمدپور (اعضای گروه تألیف) - مهدی ایزدی، احسان بهرامی‌سامانی، حمیدرضا سید صالحی، هوشنگ شریفی، آناهیتا کیمیجلی، عادل محمدپور و امید نقشبند (اعضای کمیته آمار و احتمال)

محمدکاظم بهنیا (ویراستار)

اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - زهرا بهشتی‌شیرازی (صفحه‌آرا)، صبا کاظمی (طراح جلد) - بهناز بهبود، شاداب ارشادی، علیرضا ملکان، کبری اجاتی، فاطمه رئیس‌یان‌فیروزآباد و مریم دهقان‌زاده (امور آماده‌سازی)

تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن: ۸۸۳۱۱۶۱-۹، ۸۸۳۰۹۲۶۶، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، گد پستی: ۱۵۸۴۷۲۷۳۵۹

وبسایت: www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران: کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (ناروییختی) تلفن: ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «مجموعه خاص»

چاپ نهم ۱۴۰۴

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۵-۲۷۷۲-۳

ISBN: 978-964-05-2773-3

حل) الف) ارزش این گزاره نادرست است؛ چون $x=0$ ، منافی نقض برای آن است.

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0 \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 = 0$$

ب) درست است؛ زیرا $y = -1$ در آن صدق می‌کند، پس مجموعه جواب آن ناهمب است.

$$\sim (\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1) \equiv \forall y \in \mathbb{R}; \sim (y < 0 \wedge y^2 \leq 1) \\ \equiv \forall y \in \mathbb{R}; y \geq 0 \vee y^2 > 1$$

تمرین

1 در جاهای خالی عدد، علامت و یا عبارت مناسب قرار دهید، به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست باشند.

الف) $(\frac{0}{8})^5 \square (\frac{0}{8})^8$ ب) اگر $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ، $\sin \alpha \square \cos \alpha$.

ب) نمودار تابع $y = x^2$ از نقطه $\square$ می‌گذرد. ت) $(x-4)^2 \square 0$

ث) $y' = x^2$ تابع $\square$ ج) اگر $x' = a$ آن گاه $x = \square$

2 نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) اگر $0 < x < 1$ ، آن گاه $x' < x$

ب) ابوالوفا محمد بوزجانی، ریاضی‌دان است.

پ) $a \in \{b, c, d\}$

ت) 2 عددی زوج است یا عدد π گویاست.

ث) ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

الف) $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10) \vee ((-1)^2 + 1 = 0)$

ب) $(\frac{1}{4} \neq \frac{2}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$

ت) 2 عدد اول نیست، اگر و تنها اگر 2 مربع کامل است.

ج) اگر $a \in \{b\}$ آن گاه $a = b$ و برعکس.

ث) جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$
عدد 2 زوج است.					د
	$1 < 2$			ن	
$2 \in \{1, 2\}$					ن
عدد 7 اول است.			د		

حل) الف) ارزش این گزاره نادرست است؛ چون $x=0$ ، منافی نقض برای آن است.

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0 \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 = 0$$

ب) درست است؛ زیرا $y = -1$ در آن صدق می‌کند، پس مجموعه جواب آن ناهمب است.

$$\sim (\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1) \equiv \forall y \in \mathbb{R}; \sim (y < 0 \wedge y^2 \leq 1) \\ \equiv \forall y \in \mathbb{R}; y \geq 0 \vee y^2 > 1$$

تمرین

1 در جاهای خالی عدد یا علامت مناسب قرار دهید، به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست باشند.

الف) $(\frac{0}{8})^5 \square (\frac{0}{8})^8$ ب) اگر $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ، $\sin \alpha \square \cos \alpha$.

ب) نمودار تابع $y = x^2$ از نقطه $\square$ می‌گذرد. ت) $(x-4)^2 \square 0$

ث) $y' = x^2$ تابع $\square$ ج) اگر $x' = a$ آن گاه $x = \square$

2 نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) اگر $0 < x < 1$ ، آن گاه $x' < x$

ب) ابوالوفا محمد بوزجانی، ریاضی‌دان است.

پ) $a \in \{b, c, d\}$

ت) 2 عددی زوج است یا عدد π گویاست.

ث) ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

الف) $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10) \vee ((-1)^2 + 1 = 0)$

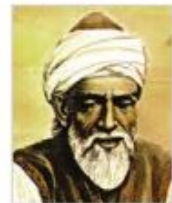
ب) $(\frac{1}{4} \neq \frac{2}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$

ت) 2 عدد اول نیست، اگر و تنها اگر 2 مربع کامل است.

ج) اگر $a \in \{b\}$ آن گاه $a = b$ و برعکس.

ث) جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$
عدد 2 زوج است.					د
	$1 < 2$			ن	
$2 \in \{1, 2\}$					ن
عدد 7 اول است.			د		



ابوالوفا محمد بوزجانی
(۳۸۸-۴۲۸ قمری)



ابوالوفا محمد بوزجانی
(۳۸۸-۴۲۸ قمری)

اثبات (۱):

$$\forall x, [x \in (A \cap B) \Rightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow x \in B \wedge x \in A \quad (\text{طبق خاصیت جابه‌جایی } \wedge) \\ \Rightarrow x \in B \cap A]$$

به روش مشابه می‌توان درستی رابطه (۲) را نشان داد.

مثال: فرض کنیم A و B دو مجموعه با مرجع U باشند؛ ثابت کنید که اگر $A \subseteq B$ آن‌گاه $A - B = \emptyset$.

اثبات:

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{x \in U \mid x \in B \wedge x \notin B\} = \emptyset \quad (A \subseteq B \text{ زیرا}) \\ \Rightarrow A - B = \emptyset$$

اثبات (۱):

$$\forall x, [x \in (A \cap B) \Rightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow x \in B \wedge x \in A \quad (\text{طبق خاصیت جابه‌جایی } \wedge) \\ \Rightarrow x \in B \cap A]$$

به روش مشابه می‌توان درستی رابطه (۲) را نشان داد.

مثال: فرض کنیم A و B دو مجموعه با مرجع U باشند؛ ثابت کنید که اگر $A \subseteq B$ آن‌گاه $A - B = \emptyset$.

اثبات:

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\} \subseteq \{x \in U \mid x \in B \wedge x \notin B\} = \emptyset \quad (A \subseteq B \text{ زیرا}) \\ \Rightarrow A - B \subseteq \emptyset$$

و از آنجا که می‌دانیم $\emptyset \subseteq A - B$ ، در نتیجه $A - B = \emptyset$.

رضا از قاسم پرسید: چرا برای محاسبه معدل، نمره هر درسی را در تعداد واحد آن ضرب کردی؟

قاسم: چون که این درس‌ها تأثیر یکسانی بر معدل ندارند و هر درسی براساس تعداد واحد آن در معدل تأثیر می‌گذارد. به‌عنوان مثال تأثیر درس فیزیک (۲) نسبت به درس آزمایشگاه علوم تجربی (۴)، ۴ به ۱ است یا درس شیمی، تأثیرش در معدل، ۳ برابر تأثیر درس آزمایشگاه است.

مجموع داده‌ها: اگر n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، مجموع آن داده‌ها را با نماد سیگما (Σ) نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

و عبارت $\sum_{i=1}^n x_i$ ، سیگمای i از ۱ تا n ، x_i می‌خوانیم.

میانگین یا متوسط داده‌ها: میانگین یا متوسط n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و آن را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

میانگین موزون داده‌ها: اگر n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم به طوری که هر یک از این داده‌ها به ترتیب دارای فراوانی $f_1, f_2, \dots, f_n$ باشند، میانگین موزون داده‌ها را با نماد $\bar{x}_w$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

کار در کلاس

دانش‌آموزی در کنکور سراسری شرکت می‌کند و نتیجه کارنامه آزمون آن به شرح زیر است:

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
نمره بر حسب درصد	۷۱	۶۵	۸۰	۵۲	۹۵	۱۰۰
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳



رضا از قاسم پرسید: چرا برای محاسبه معدل، نمره هر درسی را در تعداد واحد آن ضرب کردی؟

قاسم: چون که این درس‌ها تأثیر یکسانی بر معدل ندارند و هر درسی براساس تعداد واحد آن در معدل تأثیر می‌گذارد. به‌عنوان مثال تأثیر درس فیزیک (۲) نسبت به درس آزمایشگاه علوم تجربی (۴)، ۴ به ۱ است یا درس شیمی، تأثیرش در معدل، ۳ برابر تأثیر درس آزمایشگاه است.

مجموع داده‌ها: اگر n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، مجموع آن داده‌ها را با نماد سیگما (Σ) نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

و عبارت $\sum_{i=1}^n x_i$ ، سیگمای i از ۱ تا n ، x_i می‌خوانیم.

میانگین یا متوسط داده‌ها: میانگین یا متوسط n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و آن را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

میانگین موزون داده‌ها: اگر n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم به طوری که هر یک از این داده‌ها به ترتیب دارای فراوانی $f_1, f_2, \dots, f_n$ باشند، میانگین موزون داده‌ها را با نماد $\bar{x}_w$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

کار در کلاس

دانش‌آموزی در کنکور سراسری شرکت می‌کند و نتیجه کارنامه آزمون آن به شرح زیر است:

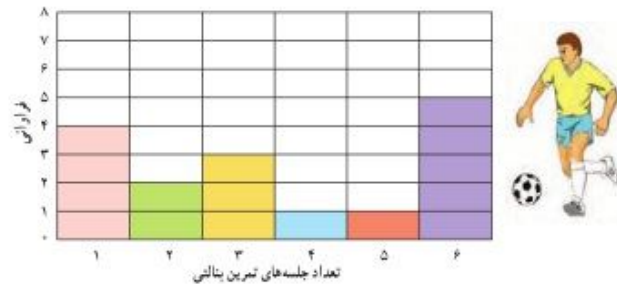
مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
نمره بر حسب درصد	۷۱	۶۵	۸۰	۵۲	۹۵	۱۰۰
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳



۱ میانۀ و مد هر یک از داده‌های زیر را به دست آورید؟

الف) ۸، ۹، ۹، ۹، ۹ (ب) ۶۰، ۵۰، ۴۰، ۳۰، ۲۰ (ج) ۱۵، ۸، ۳، ۱۰
ت) ۵، ۱۲، ۹، ۶، ۴ ث) ۲۳، ۱۲، ۱۲، ۲۳

۲ نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پناثی گل شده یک بازیکن در شش جلسه تمرین پناثی است. با توجه به نمودار، میانگین، میانۀ و مد تعداد ضربات گل شده را به دست آورید؟



۳ در جدول زیر، نمرات درس ریاضی ۱۰ دانش‌آموز گردآوری شده و میانگین نمرات داده شده است. علامت‌های سؤال چه اعدادی‌اند؟

۱۷/۵	۱۹	۱۷	۱۶	۲۰	نمرات درس ریاضی
۱۶	۱۵	۱۸	؟	۱۸	
میانگین نمرات = ۱۵/۶۵					
مد نمرات = ؟					



۴ داده‌های زیر مدت زمان مطالعه یک دانش‌آموز را در روزهای هفته نشان می‌دهد.

روزهای هفته	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
مدت زمان مطالعه (ساعت)	۲	۱/۵	۲/۵	۱/۵	۲	۳	۳

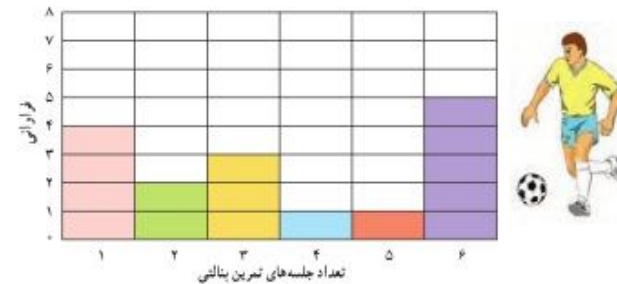
این دانش‌آموز به طور میانگین چند ساعت در روز، در هفته گذشته مطالعه کرده است؟

۵ یک شرکت بیمه برای تعیین حق بیمه شخص ثالث در سال آینده، نمونه‌ای از خسارت‌های پرداخت شده امسال را جمع‌آوری نموده است. میانگین خسارت‌های پرداخت شده برابر ۸۵ میلیون ریال به دست آمده است در صورتی که میانۀ و مد

۱ میانۀ و مد هر یک از داده‌های زیر را به دست آورید؟

الف) ۸، ۹، ۹، ۹، ۹ (ب) ۶۰، ۵۰، ۴۰، ۳۰، ۲۰ (ج) ۱۵، ۸، ۳، ۱۰
ت) ۵، ۱۲، ۹، ۶، ۴ ث) ۲۳، ۱۲، ۱۲، ۲۳

۲ نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پناثی گل شده یک بازیکن در شش جلسه تمرین پناثی است. با توجه به نمودار، میانگین، میانۀ و مد تعداد ضربات گل شده را به دست آورید؟



۳ در جدول زیر، نمرات درس ریاضی ۱۰ دانش‌آموز گردآوری شده و میانگین نمرات داده شده است. علامت‌های سؤال چه اعدادی‌اند؟

۱۷/۵	۱۹	۱۷	۱۶	۲۰	نمرات درس ریاضی
۱۶	۱۵	۱۸	؟	۱۸	
میانگین نمرات = ۱۷/۰۵					
مد نمرات = ؟					



۴ داده‌های زیر مدت زمان مطالعه یک دانش‌آموز را در روزهای هفته نشان می‌دهد.

روزهای هفته	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
مدت زمان مطالعه (ساعت)	۲	۱/۵	۲/۵	۱/۵	۲	۳	۳

این دانش‌آموز به طور میانگین چند ساعت در روز، در هفته گذشته مطالعه کرده است؟

۵ یک شرکت بیمه برای تعیین حق بیمه شخص ثالث در سال آینده، نمونه‌ای از خسارت‌های پرداخت شده امسال را جمع‌آوری نموده است. میانگین خسارت‌های پرداخت شده برابر ۸۵ میلیون ریال به دست آمده است در صورتی که میانۀ و مد

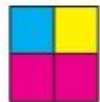
آن برای این خسارت‌های پرداخت شده برابر $42/2$ میلیون ریال و عدد ۹۰ میلیون ریال می‌باشد. به نظر شما مدیر شرکت، کدام معیار گرایش به مرکز را به منظور تعیین حق بیمه در سال آینده در نظر بگیرد تا اینکه این شرکت ضرر نکند؟

۸۴ دانش‌آموزی در کنکور سراسری شرکت می‌کند و نتیجه کارنامه آزمون آن به شرح زیر است :

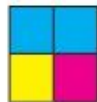
مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۵۳	۱	۶۷	۳۴	۸۰	۶۷
ضرب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳

اگر معدل موزون درصد این دانش‌آموز ۷۳ باشد، درس فیزیک را چند درصد زده است؟

۸۱ میانگین ۵ داده آماری ۱۷ است، اگر دو عدد ۱۷ و ۱۱ را به داده‌های قبلی اضافه کنیم، میانگین جدید چه عددی خواهد شد؟



$$\begin{pmatrix} 470 & 580 \\ 690 & 690 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 470 & 470 \\ 580 & 690 \end{pmatrix}$$

۸۵ دو دانش‌آموز، جدول‌های چهارخانه‌ای را به صورت رویه‌رو رنگ‌آمیزی کرده‌اند، بر اساس جدول مربوط به طول موج طیف رنگ‌ها، جدول عددی این دو شکل به صورت رویه‌رو نشان داده شده است :

حال جدول عددی مربوط به این دو شکل را ابتدا با هم جمع و سپس هریک از اعضای جدول عددی را به عدد ۲ تقسیم می‌کنیم. جدول عددی حاصل را به دست آورده و شکل مورد نظر را با توجه به جدول طول موج طیف رنگ‌ها، به دست آورید. آیا این شکل میانگین دو شکل بالا است؟
برای پاسخ به این سؤال، کاربرد علم آمار در علوم شناختی و مغز را مطالعه کنید. عدد مربوط به طول موج طیف رنگ‌ها در جدول موجود در حاشیه نشان داده شده است.

رنگ‌ها	طول موج طیف رنگ‌ها (برحسب نانومتر)
Blue	۴۵۰ تا ۴۹۵
Green	۴۹۵ تا ۵۷۰
Yellow	۵۷۰ تا ۵۹۰
Orange	۵۹۰ تا ۶۲۰
Red	۶۲۰ تا ۷۵۰

آن برای این خسارت‌های پرداخت شده برابر $42/2$ میلیون ریال و عدد ۹۰ میلیون ریال می‌باشد. به نظر شما مدیر شرکت، کدام معیار گرایش به مرکز را به منظور تعیین حق بیمه در سال آینده در نظر بگیرد تا اینکه این شرکت ضرر نکند؟

۸۴ دانش‌آموزی در کنکور سراسری شرکت می‌کند و نتیجه کارنامه آزمون آن به شرح زیر است :

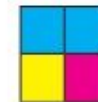
مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۵۳	۱	۶۷	۳۴	۸۰	۶۷
ضرب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳

اگر معدل موزون درصد این دانش‌آموز ۶۶ باشد، درس فیزیک را چند درصد زده است؟

۸۱ میانگین ۵ داده آماری ۱۷ است، اگر دو عدد ۱۷ و ۱۱ را به داده‌های قبلی اضافه کنیم، میانگین جدید چه عددی خواهد شد؟



$$\begin{pmatrix} 470 & 580 \\ 690 & 690 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 470 & 470 \\ 580 & 690 \end{pmatrix}$$

۸۵ دو دانش‌آموز، جدول‌های چهارخانه‌ای را به صورت رویه‌رو رنگ‌آمیزی کرده‌اند، بر اساس جدول مربوط به طول موج طیف رنگ‌ها، جدول عددی این دو شکل به صورت رویه‌رو نشان داده شده است :

حال جدول عددی مربوط به این دو شکل را ابتدا با هم جمع و سپس هریک از اعضای جدول عددی را به عدد ۲ تقسیم می‌کنیم. جدول عددی حاصل را به دست آورده و شکل مورد نظر را با توجه به جدول طول موج طیف رنگ‌ها، به دست آورید. آیا این شکل میانگین دو شکل بالا است؟
برای پاسخ به این سؤال، کاربرد علم آمار در علوم شناختی و مغز را مطالعه کنید. عدد مربوط به طول موج طیف رنگ‌ها در جدول موجود در حاشیه نشان داده شده است.

رنگ‌ها	طول موج طیف رنگ‌ها (برحسب نانومتر)
Blue	۴۵۰ تا ۴۹۵
Green	۴۹۵ تا ۵۷۰
Yellow	۵۷۰ تا ۵۹۰
Orange	۵۹۰ تا ۶۲۰
Red	۶۲۰ تا ۷۵۰

برآورد بازه‌ای یا بازه اطمینان^۱ پارامتر جامعه عبارت است از بازه‌ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان^۲ شهرت دارد.

فعالیت

در فعالیت قبل میانگین داده‌ها $\frac{2}{5}$ محاسبه می‌شود؛ یعنی برآورد میانگین جامعه $\frac{2}{5}$ به دست آمده است. چقدر به این برآورد اطمینان داریم؟ برای یافتن پاسخ سؤال به یاد آورید که دقت برآورد میانگین جامعه به و بستگی داشت. اگر زیاد می‌شد، یا کم بود، دقت برآورد میانگین بیشتر می‌گردد. بر اساس این دو کمیت پاسخ این سؤال را با رابطه زیر داده‌اند.

برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه: اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - 2\sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 2\sigma / \sqrt{n}$$

که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

اگر یک نمونه به اندازه چهار داشته باشیم یک فاصله اطمینان برای میانگین جامعه محاسبه کنید.

مشاهدات ۰.۵، ۲.۱،

میانگین نمونه $\bar{x} = 0.00$

انحراف معیار نمونه $\sigma = 1/87$

..... < μ <

کار در کلاسی

خط فقر حداقل درآمدی است که برای زندگی در یک ماه به ازای هر نفر مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه. بر اساس داده‌های فعالیت اول خط فقر را برآورد کنید. انحراف معیار جامعه را برآورد کنید. اگر فرض کنیم که انحراف معیار به دست آمده انحراف معیار جامعه است، یک برآورد فاصله‌ای برای خط فقر محاسبه کنید.

خواندنی

از جمله ساده‌ترین مسائل در آمار استنباطی، برآورد کردن یک نسبت در جامعه است:

- چند درصد از مردم تصمیم دارند در تعطیلات نوروز سال آینده به مسافرت بروند؟
- چند درصد از کشاورزان در سال گذشته از آبیاری قطره‌ای در مزارع خود استفاده کردند؟
- چند درصد از درختان یک باغ آلوده به شته شده‌اند؟
- چند درصد مشتریان یک فروشگاه از برخورد کارمندان راضی هستند؟

γ_c Confidence Interval

γ_c Confidence Coefficient

برآورد بازه‌ای یا بازه اطمینان^۱ پارامتر جامعه عبارت است از بازه‌ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان^۲ شهرت دارد.

فعالیت

در فعالیت قبل میانگین داده‌ها $\frac{2}{5}$ محاسبه می‌شود؛ یعنی برآورد میانگین جامعه $\frac{2}{5}$ به دست آمده است. چقدر به این برآورد اطمینان داریم؟ برای یافتن پاسخ سؤال به یاد آورید که دقت برآورد میانگین جامعه به و بستگی داشت. اگر زیاد می‌شد، یا کم بود، دقت برآورد میانگین بیشتر می‌گردد. بر اساس این دو کمیت پاسخ این سؤال را با رابطه زیر داده‌اند.

برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه: اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - 2\sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 2\sigma / \sqrt{n}$$

که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

اگر یک نمونه به اندازه چهار داشته باشیم یک فاصله اطمینان برای میانگین جامعه محاسبه کنید.

مشاهدات ۰.۵، ۲.۱،

میانگین نمونه $\bar{x} = 0.00$

انحراف معیار جامعه $\sigma = 1/87$

..... < μ <

کار در کلاسی

خط فقر حداقل درآمدی است که برای زندگی در یک ماه به ازای هر نفر مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه. بر اساس داده‌های فعالیت اول خط فقر را برآورد کنید. انحراف معیار جامعه را برآورد کنید. اگر فرض کنیم که انحراف معیار به دست آمده انحراف معیار جامعه است، یک برآورد فاصله‌ای برای خط فقر محاسبه کنید.

خواندنی

از جمله ساده‌ترین مسائل در آمار استنباطی، برآورد کردن یک نسبت در جامعه است:

- چند درصد از مردم تصمیم دارند در تعطیلات نوروز سال آینده به مسافرت بروند؟
- چند درصد از کشاورزان در سال گذشته از آبیاری قطره‌ای در مزارع خود استفاده کردند؟
- چند درصد از درختان یک باغ آلوده به شته شده‌اند؟
- چند درصد مشتریان یک فروشگاه از برخورد کارمندان راضی هستند؟

γ_c Confidence Interval

γ_c Confidence Coefficient

نمونه

- 1 در اولین کار در کلاس، جداول را برای نمونه‌گیری تصادفی ساده به اندازه 4 و 5 تشکیل داده و مقادیر $\bar{x}$ را در مقابل احتمال مشاهده هر مقدار، محاسبه و در جدولی بنویسید.
- 2 از اعداد 0 تا 10، عدد به تصادف انتخاب شده است. اگر اعداد انتخابی به صورت زیر باشند با دو روش مختلف N را برآورد کنید.

۵	۸	۹	۱۱	۱۲	۳	۷	۵	۲	۹
---	---	---	----	----	---	---	---	---	---

- 3 رئیس یک دانشگاه علاقه‌مند است متوسط سن دانشجویانی که در سال جاری ثبت نام کرده‌اند را بداند. برای این منظور، او یک نمونه تصادفی از سن 25 دانشجو را انتخاب می‌کند. میانگین سن آنها برابر 22 سال برآورد شده است. اگر در بررسی‌های گذشته انحراف معیار طول قد دانشجویان این دانشگاه برابر 1/9 سال باشد، بازه اطمینان 95 درصد برای میانگین سن جامعه را محاسبه کنید.

- 1 طول فاصله اطمینان، برابر تفاضل حد بالا و پایین بازه اطمینان است.
- الف) اگر در فرمول بازه اطمینان اندازه نمونه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان می‌یابد. چرا؟
- ب) اگر در فرمول بازه اطمینان انحراف معیار جامعه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان می‌یابد. چرا؟
- 2 داده‌های زیر نمرات 24 دانش‌آموز از 100 است.

۷۵ ۷۴ ۷۳ ۷۱ ۷۰ ۶۷ ۷۵
۷۹ ۷۸ ۷۸ ۷۸ ۷۷ ۷۵ ۸۰
۸۷ ۸۶ ۸۶ ۸۳ ۸۲ ۸۲ ۸۱ ۹۱

- الف) میانگین و انحراف معیار نمرات را محاسبه کنید.
- ب) اگر انحراف معیار جامعه 6 باشد بازه اطمینان 95 درصد برای میانگین نمرات جامعه محاسبه کنید.
- پ) چند درصد داده‌ها داخل این بازه قرار می‌گیرند؟
- ت) بافت نگاشت فراوانی داده‌ها را رسم کنید. (در فواصل [67,71] و [71,75] و ...)
- ث) چندتر فراوانی بافت نگاشت را رسم کنید (وسط مستطیل‌ها را با پارخظ به هم متصل کرده و به محور طول‌ها وصل کنید).
- ج) اگر داده‌ها زیاد شوند، به نظر شما شکل چندتر فراوانی بافت نگاشت به کدام‌یک از نمودارهای صفحه بعد شباهت بیشتری خواهد داشت؟ (نام نمودارها به ترتیب: پکتواخت، ترمال، نامتقارن یا چوله است)

نمونه

- 1 در اولین کار در کلاس، جداول را برای نمونه‌گیری تصادفی ساده به اندازه 4 و 5 تشکیل داده و مقادیر $\bar{x}$ را در مقابل احتمال مشاهده هر مقدار، محاسبه و در جدولی بنویسید.
- 2 از اعداد 0 تا 10، عدد به تصادف انتخاب شده است. اگر اعداد انتخابی به صورت زیر باشند با دو روش مختلف N را برآورد کنید.

۵	۸	۹	۱۱	۱۲	۳	۷	۵	۲	۹
---	---	---	----	----	---	---	---	---	---

- 3 رئیس یک دانشگاه علاقه‌مند است متوسط سن دانشجویانی که در سال جاری ثبت نام کرده‌اند را بداند. برای این منظور، او یک نمونه تصادفی از سن 25 دانشجو را انتخاب می‌کند. میانگین سن آنها برابر 22 سال برآورد شده است. اگر در بررسی‌های گذشته انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر 1/9 سال باشد، بازه اطمینان 95 درصد برای میانگین سن جامعه را محاسبه کنید.

- 1 طول فاصله اطمینان، برابر تفاضل حد بالا و پایین بازه اطمینان است.
- الف) اگر در فرمول بازه اطمینان اندازه نمونه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان می‌یابد. چرا؟
- ب) اگر در فرمول بازه اطمینان انحراف معیار جامعه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان می‌یابد. چرا؟
- 2 داده‌های زیر نمرات 24 دانش‌آموز از 100 است.

۷۵ ۷۴ ۷۳ ۷۱ ۷۰ ۶۷ ۷۵
۷۹ ۷۸ ۷۸ ۷۸ ۷۷ ۷۵ ۸۰
۸۷ ۸۶ ۸۶ ۸۳ ۸۲ ۸۲ ۸۱ ۹۱

- الف) میانگین و انحراف معیار نمرات را محاسبه کنید.
- ب) اگر انحراف معیار جامعه 6 باشد بازه اطمینان 95 درصد برای میانگین نمرات جامعه محاسبه کنید.
- پ) چند درصد داده‌ها داخل این بازه قرار می‌گیرند؟
- ت) بافت نگاشت فراوانی داده‌ها را رسم کنید. (در فواصل [66,70] و [70,74/5] و ...)
- ث) چندتر فراوانی بافت نگاشت را رسم کنید (وسط مستطیل‌ها را با پارخظ به هم متصل کرده و به محور طول‌ها وصل کنید).
- ج) اگر داده‌ها زیاد شوند، به نظر شما شکل چندتر فراوانی بافت نگاشت به کدام‌یک از نمودارهای صفحه بعد شباهت بیشتری خواهد داشت؟ (نام نمودارها به ترتیب: پکتواخت، ترمال، نامتقارن یا چوله است)