



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

ریاضی و آمار (۳) - پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۳۳۱۲
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

نام کتاب:
پدیدآورنده:
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف:
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف:

دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
سیدمحمدرضا احمدی، حمیدرضا امیری، علی ایرانشن، مهدی ایزدی، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو دادوی،
زهرا رحیمی، محمدهاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سیدصالحی، میر شهرام صفر، اکرم قلیل رحمت،
طاهر قاسمی‌هنری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
حمیدرضا امیری، علی ایرانشن، مهدی ایزدی، آزاده‌حسین فرزاد، میرشهرام صفر، حسین میرزایی و با
همکاری آزاده قاهری و عادل محمدپور در بخش آمار(اعضای گروه تألیف)، افسانه حاجتی طباطبایی (ویراستار)

مدیریت آماده‌سازی هنری:
شناسه افزوده آماده‌سازی:

اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - سمیه فیزی (صفحه‌آرا) - سیدمهدی
حسینی (مکاس) - الهام محبوب، فاطمه رئیس‌ان فیروزآباد (رسم) - سورهش سعادت‌منندی، رعنا فرج‌زاده‌دروئی،
شاداب ارشادی، سیده ملک‌ایزیدی و راحله زاهدی (انواع امور آماده‌سازی)
تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)
تلفن: ۰۲۲۶۶۰۹۲۶۶-۸۸۸۴۱۱۶۱۹، دورنگار: ۰۲۲۶۶۰۹۲۶۶-۸۸۸۴۱۱۶۱۹ کد پستی: ۱۵۸۲۷۲۷۳۵۹
وبگاه: www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir

نشانی سازمان:

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران، ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)
تلفن: ۰۲۲۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار: ۰۲۲۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹

ناشر:

چاپخانه:

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهیلی خاص»
چاپ هشتم ۱۴۰۳

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۰۵-۳-۰۹۷-۹
ISBN: 978.964.05.3097.9



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

ریاضی و آمار (۳) - پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۳۳۱۲
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

نام کتاب:
پدیدآورنده:
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف:
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف:

دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
سیدمحمدرضا احمدی، حمیدرضا امیری، علی ایرانشن، مهدی ایزدی، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو دادوی،
زهرا رحیمی، محمدهاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سیدصالحی، میر شهرام صفر، اکرم قلیل رحمت،
طاهر قاسمی‌هنری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
حمیدرضا امیری، علی ایرانشن، مهدی ایزدی، آزاده‌حسین فرزاد، میرشهرام صفر، حسین میرزایی و با
همکاری آزاده قاهری و عادل محمدپور در بخش آمار(اعضای گروه تألیف)، افسانه حاجتی طباطبایی (ویراستار)

مدیریت آماده‌سازی هنری:
شناسه افزوده آماده‌سازی:

اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - سمیه فیزی (صفحه‌آرا) - سیدمهدی
حسینی (مکاس) - الهام محبوب، فاطمه رئیس‌ان فیروزآباد (رسم) - سورهش سعادت‌منندی، رعنا فرج‌زاده‌دروئی،
شاداب ارشادی، سیده ملک‌ایزیدی و راحله زاهدی (انواع امور آماده‌سازی)
تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)
تلفن: ۰۲۲۶۶۰۹۲۶۶-۸۸۸۴۱۱۶۱۹، دورنگار: ۰۲۲۶۶۰۹۲۶۶-۸۸۸۴۱۱۶۱۹ کد پستی: ۱۵۸۲۷۲۷۳۵۹
وبگاه: www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir

نشانی سازمان:

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران، ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)
تلفن: ۰۲۲۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار: ۰۲۲۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹

ناشر:

چاپخانه:

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهیلی خاص»
چاپ هشتم ۱۴۰۳

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۰۵-۳-۰۹۷-۹
ISBN: 978.964.05.3097.9

۵. هر یک از اعداد دورقمی را که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ می توان نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
 ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد. ب) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.
 ۶. خانواده ای دارای ۳ فرزند است.

الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چیست؟

- ب) پیشامد A که در آن هر سه فرزند از یک جنس باشند. ب) پیشامد B که در آن فقط یک فرزند دختر باشد.
 ت) پیشامد C که در آن حداقل ۲ فرزند پسر باشند. ث) پیشامد D که در آن حداکثر یک فرزند پسر باشد.
 ۷. خانواده ای دارای ۴ فرزند است.

الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چند عضو دارد؟

ب) پیشامد A را مشخص کنید؛ طوری که در آن دو فرزند سوم و چهارم دختر باشند.

ب) پیشامد C که در آن تعداد فرزندان دختر بیشتر از تعداد فرزندان پسر باشد. ث) آیا پیشامدهای A و C ناسازگارند؟

۸. از جعبه ای که شامل ۱۲ سیب سالم و ۵ سیب لکه دار است، ۳ سیب را به طور تصادفی برمی داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

الف) هر سه سیب سالم باشند. ب) دو سیب سالم و یک سیب لکه دار باشند.

ب) تعداد سیب های سالم از تعداد سیب های لکه دار بیشتر باشد.

۹. عقربه دستگاه چرخنده زیر، پس از به حرکت درآمدن روی یکی از ۸ ناحیه می ایستد و عددی را نشان می دهد. چقدر احتمال دارد که:

الف) عقربه روی یک عدد اول ایستد.

ب) عقربه یک عدد اول یا فرد را نشان دهد.

ب) عقربه روی یک عدد مضرب ۳ ایستد.



۱۰. ۷ برجم مختلف را به هفت میله برجم نصب کرده ایم و روی میله ها شماره های ۱ تا ۷ را حک کرده ایم. چنانچه این برجم ها به طور تصادفی کنار هم قرار گیرند، مطلوب است محاسبه احتمال اینکه میله برجم ها با شماره های غیر اول در مکان های زوج باشند.

۵. هر یک از اعداد دورقمی را که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ می توان نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
 ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد. ب) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.
 ۶. خانواده ای دارای ۳ فرزند است.

الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چیست؟

- ب) پیشامد A که در آن هر سه فرزند از یک جنس باشند. ب) پیشامد B که در آن فقط یک فرزند دختر باشد.
 ت) پیشامد C که در آن حداقل ۲ فرزند پسر باشند. ث) پیشامد D که در آن حداکثر یک فرزند پسر باشد.
 ۷. خانواده ای دارای ۴ فرزند است.

الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چند عضو دارد؟

ب) پیشامد A را مشخص کنید؛ طوری که در آن دو فرزند سوم و چهارم دختر باشند.

ب) پیشامد C که در آن تعداد فرزندان دختر بیشتر از تعداد فرزندان پسر باشد. ث) آیا پیشامدهای A و C ناسازگارند؟

۸. از جعبه ای که شامل ۱۲ سیب سالم و ۵ سیب لکه دار است، ۳ سیب را به طور تصادفی برمی داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

الف) هر سه سیب سالم باشند. ب) دو سیب سالم و یک سیب لکه دار باشند.

ب) تعداد سیب های سالم از تعداد سیب های لکه دار بیشتر باشد.

۹. عقربه دستگاه چرخنده زیر، پس از به حرکت درآمدن روی یکی از ۸ ناحیه می ایستد و عددی را نشان می دهد. چقدر احتمال دارد که:

الف) عقربه روی یک عدد اول ایستد.

ب) عقربه یک عدد اول یا فرد را نشان دهد.

ب) عقربه روی یک عدد مضرب ۳ ایستد.



۱۰. ۷ برجم مختلف را به هفت میله برجم نصب کرده ایم و روی میله ها شماره های ۱ تا ۷ را حک کرده ایم. چنانچه این برجم ها به طور تصادفی در یک ردیف کنار هم قرار گیرند، مطلوب است محاسبه احتمال اینکه میله برجم های با شماره های اول در جایگاه مطابق با شماره خود باشند.

کار در کلاس

اکنون که چرخه حل مسئله را می‌شناسیم، می‌توانیم در جدول زیر نام هر گام و ترتیب آن را مقابل توضیحاتش بنویسیم. (مشاهده نمونه حل‌شده در سطر سوم می‌تواند به ما کمک کند.)

ترتیب گام	نام گام	توضیح گام
		راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم. به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و جگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.
		نتایج به‌دست‌آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.
۱	بیان مسئله	مسئله‌ای را که در دنیای واقعی وجود دارد به‌صورت یک مسئله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم.
		با استفاده از معیارها، نمودارها و مفاهیمی که آموخته‌ایم، نتایج را متناسب با هدف‌های کارمان، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.
		داده‌ها را گردآوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آنها مطمئن می‌شویم.

گام‌های چرخه آمار در حل مسائل

پیش از هر چیز خوب است بدانیم «چرا فرایند حل مسئله را «چرخه» می‌نامیم».

همان‌طور که در مثال «استفاده از تلفن هوشمند» دیدیم، گام‌های مختلف حل مسئله به ما کمک می‌کنند که برای پرسش اصلی پاسخی پیدا کنیم، اما اغلب پس از اجرای تمامی گام‌ها با روشن‌تر شدن ابعاد مختلف مسئله و براساس نتایج و تجربه به‌دست آمده، یک مسئله جدید دقیق‌تر شکل می‌گیرد. در واقع، برای پیدا کردن پاسخ پرسش اصلی تا رسیدن به یک جمع‌بندی منطقی، یک مسئله چندین بار بازمینی می‌شود. در این بخش، گام‌های چرخه حل مسئله را بیشتر بررسی می‌کنیم.

گام ۱ (بیان مسئله)

طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است. بنابراین، پیش از هر چیز باید مسئله به درستی درک شود و سپس به‌طور دقیق تعریف و بیان گردد؛ یعنی با توجه به اهداف، بودجه، زمان و دیگر شرایط موجود، جامعه آماری را محدود، و هدف مطالعه را مشخص کنیم.



مثال: فرض کنید می‌خواهیم میزان فعالیت بدنی پسران کرمانشاه را بدانیم و برای آن برنامه‌ای داشته باشیم. پیش از هر چیز باید بتوانیم مسئله را دقیق تعریف کنیم. پس از مشورت با کارشناسان این حوزه متوجه می‌شویم که با توجه به عواملی مانند سن، محل سکونت (از نظر نزدیکی به مکان‌های ورزشی)، الگوهای فرهنگی فعالیت بدنی (مانند ارزشمندی ورزش‌های بهلوانی و...) یا توانایی‌ها و ناتوانی‌های

کار در کلاس

اکنون که چرخه حل مسئله را می‌شناسیم، می‌توانیم در جدول زیر نام هر گام و ترتیب آن را مقابل توضیحاتش بنویسیم. (مشاهده نمونه حل‌شده در سطر سوم می‌تواند به ما کمک کند.)

ترتیب گام	نام گام	توضیح گام
		راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم. به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و جگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.
		نتایج به‌دست‌آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.
۱	بیان مسئله	مسئله‌ای را که در دنیای واقعی وجود دارد به‌صورت یک مسئله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم.
		با استفاده از معیارها، نمودارها و مفاهیمی که آموخته‌ایم، نتایج را متناسب با هدف‌های کارمان، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.
		داده‌ها را گردآوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آنها مطمئن می‌شویم.

گام‌های چرخه آمار در حل مسائل

پیش از هر چیز خوب است بدانیم «چرا فرایند حل مسئله را «چرخه» می‌نامیم».

همان‌طور که در مثال «استفاده از تلفن هوشمند» دیدیم، گام‌های مختلف حل مسئله به ما کمک می‌کنند که برای پرسش اصلی پاسخی پیدا کنیم، اما اغلب پس از اجرای تمامی گام‌ها با روشن‌تر شدن ابعاد مختلف مسئله و براساس نتایج و تجربه به‌دست آمده، یک مسئله جدید دقیق‌تر شکل می‌گیرد. در واقع، برای پیدا کردن پاسخ پرسش اصلی تا رسیدن به یک جمع‌بندی منطقی، یک مسئله چندین بار بازمینی می‌شود. در این بخش، گام‌های چرخه حل مسئله را بیشتر بررسی می‌کنیم.

گام اول (بیان مسئله)

طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است. بنابراین، پیش از هر چیز باید مسئله به درستی درک شود و سپس به‌طور دقیق تعریف و بیان گردد؛ یعنی با توجه به اهداف، بودجه، زمان و دیگر شرایط موجود، جامعه آماری را محدود، و هدف مطالعه را مشخص کنیم.



مثال: فرض کنید می‌خواهیم میزان فعالیت بدنی پسران کرمانشاه را بدانیم و برای آن برنامه‌ای داشته باشیم. پیش از هر چیز باید بتوانیم مسئله را دقیق تعریف کنیم. پس از مشورت با کارشناسان این حوزه متوجه می‌شویم که با توجه به عواملی مانند سن، محل سکونت (از نظر نزدیکی به مکان‌های ورزشی)، الگوهای فرهنگی فعالیت بدنی (مانند ارزشمندی ورزش‌های بهلوانی و...) یا توانایی‌ها و ناتوانی‌های

باید توجه داشته باشیم که اگر مطالعه در منطقه‌ای انجام می‌شود که ویژگی‌های آن را به خوبی نمی‌شناسیم، در تمام گام‌ها به دانش اهالی منطقه اولویت دهیم.

کیفیت اجرای هر یک از گام‌های چرخه آمار، گام‌های دیگر را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. مثلاً برای نقد معیارهای گزارش شده در یک مطالعه، نه تنها می‌توانیم جرایم گزارش میانگین یا میانه و یا گزارش نشدن شاخص پراکندگی را نقد کنیم، بلکه باید درباره چگونگی نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری، نوع ورود داده‌ها و تمامی موارد گام‌های دیگر چرخه نیز تردید و پرسش داشته باشیم.



مثالی واقعی از پروژهای که با موضوع «بررسی قدمت بناهای مسکونی چند روستا» انجام شده، نشان می‌دهد که چگونه مشارکت ندادن تمامی اعضای گروه اجراکننده می‌تواند ما را از پاسخ مسئله کاملاً دور کند. برای اجرای این پروژه کارشناسان طی جلساتی به طراحی و برنامه‌ریزی جزئیات کار پرداختند و سپس برای گردآوری داده‌ها چند نفر را استخدام کردند. آمارگیرها بدون اطلاع از چگونگی شکل‌گیری مسئله و اهداف پروژه، برای برکردن پرسشنامه‌ها به منازل مختلف مراجعه کردند. هنگام وارد کردن داده‌ها، در نرم افزار، در چندین پرسشنامه در مقابل متغیر «سن بنا» نوشته شده بود: «فوت شده است».

کار در کلاس

۱. برای احداث یک استخر در حاشیه یک کلان‌شهر، محل مناسبی انتخاب، و با همکاری گروهی متخصص، استخری مجهز و اصولی در آن محل ساخته شد. پس از بهره‌برداری از استخر، مشاهده شد که اغلب اوقات افراد مسن زیادی، که شناگر نبودند، به توصیف پزشکی در قسمت کم‌عمق در حال راه رفتن در آب‌اند و در قسمت عمیق گاهی فقط چند نفر شنا می‌کنند.

الف) آگاهی از میانگین سنی افراد منطقه احداث استخر، چگونه می‌توانست به اجرای این پروژه کمک کند؟

ب) چگونه مشورت با افراد بومی درباره اطلاعات قسمت الف و ب می‌توانست به متخصصان کمک کند که ابعاد قسمت کم‌عمق و عمیق استخر را متناسب با نیاز منطقه طراحی کنند؟

باید توجه داشته باشیم که اگر مطالعه در منطقه‌ای انجام می‌شود که ویژگی‌های آن را به خوبی نمی‌شناسیم، در تمام گام‌ها به دانش اهالی منطقه اولویت دهیم.

کیفیت اجرای هر یک از گام‌های چرخه آمار، گام‌های دیگر را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. مثلاً برای نقد معیارهای گزارش شده در یک مطالعه، نه تنها می‌توانیم جرایم گزارش میانگین یا میانه و یا گزارش نشدن شاخص پراکندگی را نقد کنیم، بلکه باید درباره چگونگی نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری، نوع ورود داده‌ها و تمامی موارد گام‌های دیگر چرخه نیز تردید و پرسش داشته باشیم.



مثالی واقعی از پروژهای که با موضوع «بررسی قدمت بناهای مسکونی چند روستا» انجام شده، نشان می‌دهد که چگونه مشارکت ندادن تمامی اعضای گروه اجراکننده می‌تواند ما را از پاسخ مسئله کاملاً دور کند. برای اجرای این پروژه کارشناسان طی جلساتی به طراحی و برنامه‌ریزی جزئیات کار پرداختند و سپس برای گردآوری داده‌ها چند نفر را استخدام کردند. آمارگیرها بدون اطلاع از چگونگی شکل‌گیری مسئله و اهداف پروژه، برای برکردن پرسشنامه‌ها به منازل مختلف مراجعه کردند. هنگام وارد کردن داده‌ها، در نرم افزار، در چندین پرسشنامه در مقابل متغیر «سن بنا» نوشته شده بود: «فوت شده است».

کار در کلاس

۱. برای احداث یک استخر در حاشیه یک کلان‌شهر، محل مناسبی انتخاب، و با همکاری گروهی متخصص، استخری مجهز و اصولی در آن محل ساخته شد. پس از بهره‌برداری از استخر، مشاهده شد که اغلب اوقات افراد مسن زیادی، که شناگر نبودند، به توصیف پزشکی در قسمت کم‌عمق در حال راه رفتن در آب‌اند و در قسمت عمیق گاهی فقط چند نفر شنا می‌کنند.

الف) آگاهی از میانگین سنی افراد منطقه احداث استخر، چگونه می‌توانست به اجرای این پروژه کمک کند؟

ب) چگونه مشورت با افراد بومی می‌توانست به متخصصان کمک کند که ابعاد قسمت کم‌عمق و عمیق استخر را متناسب با نیاز منطقه طراحی کنند؟

۲. هر یک از موارد زیر اجرای نادرست کدام گام است و بر کدام گام‌های دیگر اثر می‌گذارد؟ چگونه؟

الف) مسئله به صورتی بیان شده است که اجراکنندگان برداشت‌های متفاوتی از اهداف پژوهش دارند.

ب) اندازه‌گیری وزن افراد نمونه با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده است.

پ) تمامی داده‌های دورافتاده حذف شده‌اند.

ت) نتایج را فقط افراد متخصص آمار تفسیر کرده‌اند.



خواندنی

پادشاهی پسر خود را به جماعتی اهل هنر سپرده بود تا او را از علوم نجوم و رمل و غیره آموخته بودند و استاد تمام گشت با کمال **کودکی**. روزی پادشاه انگستری در مُشت گرفت؛ فرزند خود را امتحان کرد که بیا بگو در مُشت چه دارم؟ پسر گفت: «آنچه داری گرد است و زرد است و مُجَوَّف (میان‌تهی) است.» پادشاه گفت: «چون نشان‌های راست دادی، پس حکم کن که آن چه چیزی باشد.» پسر گفت: «باید که غریب (غریبال، الِک) باشد.» پادشاه گفت: «از قوت تحصیل و دانش این چندین نشان‌های دقیق دادی که عقول در آن حیران شوند اما ندانستی که غریب در مشت نکتهد؟» برگرفته از فیه ما فیه — مولانا جلال‌الدین محمّد

تمرین

۱. به نظر می‌رسد کودکانی که زبان مادری‌شان فارسی نیست، در دوره دبستان مشکلات بیشتری برای یادگیری مفاهیم درسی دارند. با انتخاب یک جامعه آماری محدود (از نظر پایه تحصیلی، جنسیت، منطقه، زبان مادری و...) و انتخاب متغیر مناسب، این مسئله را به صورت دقیق و شفاف بیان کنید.

۲. هر یک از موارد زیر اجرای نادرست کدام گام است و بر کدام گام‌های دیگر اثر می‌گذارد؟ چگونه؟

الف) مسئله به صورتی بیان شده است که اجراکنندگان برداشت‌های متفاوتی از اهداف پژوهش دارند.

ب) اندازه‌گیری وزن افراد نمونه با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده است.

پ) تمامی داده‌های دورافتاده حذف شده‌اند.

ت) نتایج را فقط افراد متخصص آمار تفسیر کرده‌اند.

خواندنی

پادشاهی پسر خود را به جماعتی اهل هنر سپرده بود تا او را از علوم نجوم و رمل و غیره آموخته بودند و استاد تمام گشت با کمال **کودکی**. روزی پادشاه انگستری در مُشت گرفت؛ فرزند خود را امتحان کرد که بیا بگو در مُشت چه دارم؟ پسر گفت: «آنچه داری گرد است و زرد است و مُجَوَّف (میان‌تهی) است.» پادشاه گفت: «چون نشان‌های راست دادی، پس حکم کن که آن چه چیزی باشد.» پسر گفت: «باید که غریب (غریبال، الِک) باشد.» پادشاه گفت: «از قوت تحصیل و دانش این چندین نشان‌های دقیق دادی که عقول در آن حیران شوند اما ندانستی که غریب در مشت نکتهد؟» برگرفته از فیه ما فیه — مولانا جلال‌الدین محمّد

تمرین

۱. به نظر می‌رسد کودکانی که زبان مادری‌شان فارسی نیست، در دوره دبستان مشکلات بیشتری برای یادگیری مفاهیم درسی دارند. با انتخاب یک جامعه آماری محدود (از نظر پایه تحصیلی، جنسیت، منطقه، زبان مادری و...) و انتخاب متغیر مناسب، این مسئله را به صورت دقیق و شفاف بیان کنید.



ت) براساس توزیع داده‌ها، میانه معیار گرایش به مرکز مناسبی بود. اما چون مقدار میانه با آنچه انتظار می‌رفت متفاوت بود، میانگین داده‌ها گزارش شد.

ت) نتایج را فقط افراد متخصص آمار تفسیر کرده‌اند.

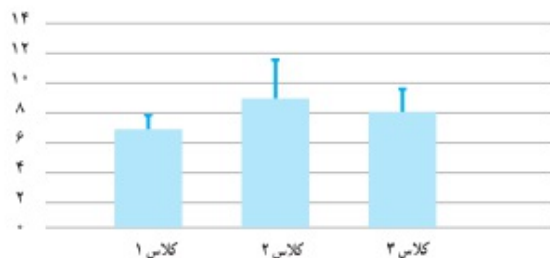
۵. در یک نظرسنجی، از ۱۵ دانش‌آموز علوم انسانی پایه یازدهم یک مدرسه پرسیده‌ایم که به نظر آنها چند ساعت آموزشی در ماه برای برگزاری جلسات نقد کتاب یا فیلم مناسب است. داده‌های گردآوری شده به این شرح است:

۱۶ ۱۰ ۱۲ ۱۰ ۱۲ ۱۳ ۶ ۴ ۰ ۲۰ ۱۸ ۲۲ ۲۰ ۱۴ ۱۲

الف) این داده‌ها را طوری تغییر دهید که میانگین و انحراف معیار بیشتر شود اما میانه و چارک اول و چارک سوم تغییر نکند.

ب) فرض کنید می‌خواهیم دو نفر دیگر به این نمونه اضافه کنیم. داده‌های این دو نفر را طوری انتخاب کنید که میانگین و میانه تغییر نکند.

۶. با توجه به تأثیر کمیت و کیفیت خواب بر یادگیری، ندا و آوا در مطالعه‌ای با بررسی تمامی دانش‌آموزان سه کلاس پایه دهم، میانگین میزان خواب این دانش‌آموزان را در هفته گذشته برحسب ساعت پرسیدند و ثبت کردند. آنها پس از گردآوری داده‌ها و بررسی درستی آن را به صورت نمودارهای زیر نمایش دادند. (در این نمودارها بلندی مستطیل، نشان‌دهنده میانگین و میله خط نشان‌دهنده انحراف معیار است.)



الف) چه عواملی ممکن است هنگام گردآوری داده‌ها نتایج را از واقعیت دور کند؟ (هنگامی که از دانش‌آموزان راجع به میانگین ساعت خوابشان در هفته گذشته می‌پرسیم آیا آن‌ها می‌توانند به درستی به یاد آورند که هر شب چند ساعت خوابیده‌اند تا بتوانند میانگین را به درستی اعلام کنند؟ برای حل این مشکل چه راهکاری پیشنهاد می‌کنید؟)

ب) نوع (کمی/کیفی) و مقیاس اندازه‌گیری (فاصله‌ای/نسبتی - اسمی/ترتیبی) متغیر مورد بررسی در این مطالعه را مشخص کنید.

پ) با استفاده از اطلاعات نمودارها، نتایج را به صورت تقریبی در جدول زیر بنویسید.

	کلاس ۱	کلاس ۲	کلاس ۳
میانگین			
انحراف معیار			

ت) چه کسانی می‌توانند در اجرای بهتر این مطالعه به ما کمک کنند؟ چگونه؟

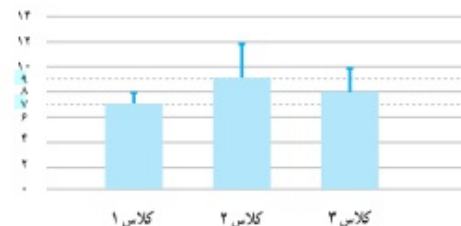
۵. در یک نظرسنجی، از ۱۵ دانش‌آموز علوم انسانی پایه یازدهم یک مدرسه پرسیده‌ایم که به نظر آنها چند ساعت آموزشی در ماه برای برگزاری جلسات نقد کتاب یا فیلم مناسب است. داده‌های گردآوری شده به این شرح است:

۱۶ ۱۰ ۱۲ ۱۰ ۱۲ ۱۳ ۶ ۴ ۰ ۲۰ ۱۸ ۲۲ ۲۰ ۱۴ ۱۲

الف) این داده‌ها را طوری تغییر دهید که میانگین و انحراف معیار بیشتر شود اما میانه و چارک اول و چارک سوم تغییر نکند.

ب) فرض کنید می‌خواهیم دو نفر دیگر به این نمونه اضافه کنیم. داده‌های این دو نفر را طوری انتخاب کنید که میانگین و میانه تغییر نکند.

۶. با توجه به تأثیر کمیت و کیفیت خواب بر یادگیری، ندا و آوا در مطالعه‌ای با بررسی تمامی دانش‌آموزان سه کلاس پایه دهم، میانگین میزان خواب این دانش‌آموزان را در هفته گذشته برحسب ساعت پرسیدند و ثبت کردند. آنها پس از گردآوری داده‌ها و بررسی درستی آن را به صورت نمودارهای زیر نمایش دادند. (در این نمودارها بلندی مستطیل، نشان‌دهنده میانگین و میله خط نشان‌دهنده انحراف معیار است.)



الف) چه عواملی ممکن است هنگام گردآوری داده‌ها نتایج را از واقعیت دور کند؟ (هنگامی که از دانش‌آموزان راجع به میانگین ساعت خوابشان در هفته گذشته می‌پرسیم آیا آن‌ها می‌توانند به درستی به یاد آورند که هر شب چند ساعت خوابیده‌اند تا بتوانند میانگین را به درستی اعلام کنند؟ برای حل این مشکل چه راهکاری پیشنهاد می‌کنید؟)

ب) نوع (کمی/کیفی) و مقیاس اندازه‌گیری (فاصله‌ای/نسبتی - اسمی/ترتیبی) متغیر مورد بررسی در این مطالعه را مشخص کنید.

پ) با استفاده از اطلاعات نمودارها، نتایج را به صورت تقریبی در جدول زیر بنویسید.

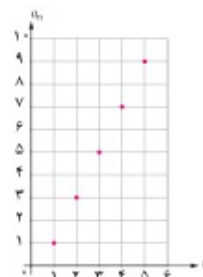
	کلاس ۱	کلاس ۲	کلاس ۳
میانگین			
انحراف معیار			

ت) چه کسانی می‌توانند در اجرای بهتر این مطالعه به ما کمک کنند؟ چگونه؟

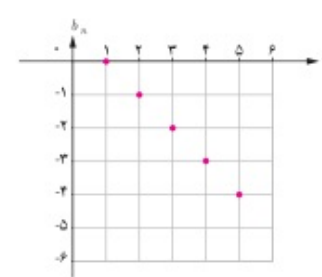
رسم نمودار دنباله

با توجه به تعریف دنباله به عنوان تابعی با دامنه اعداد طبیعی، نمودار آنها را نیز می توان رسم کرد :

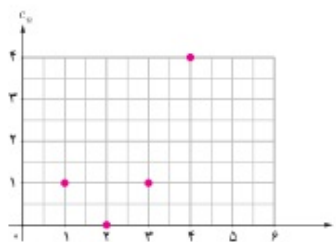
$$a_n = 2n - 1 \quad 1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots$$



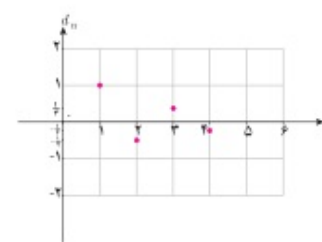
$$b_n = 1 - n \quad 0, -1, -2, -3, -4, \dots$$



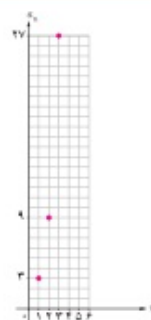
$$c_n = (n-2)^2 \quad 1, 0, 1, 4, \dots$$



$$d_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$$



$$e_n = 3^n$$



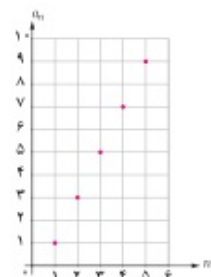
$$f_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$$



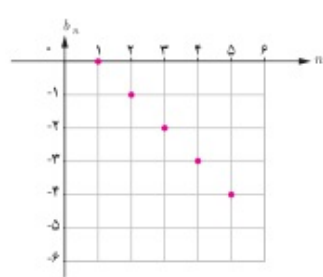
رسم نمودار دنباله

با توجه به تعریف دنباله به عنوان تابعی با دامنه اعداد طبیعی، نمودار آنها را نیز می توان رسم کرد :

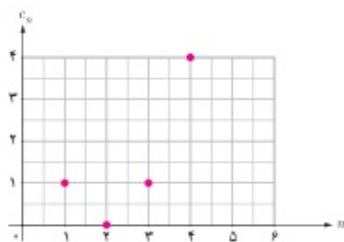
$$a_n = 2n - 1 \quad 1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots$$



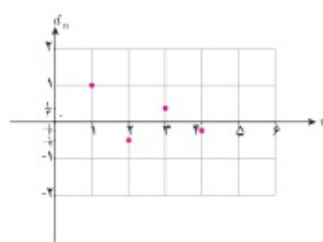
$$b_n = 1 - n \quad 0, -1, -2, -3, -4, \dots$$



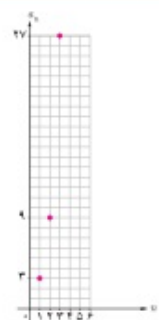
$$c_n = (n-2)^2 \quad 1, 0, 1, 4, \dots$$



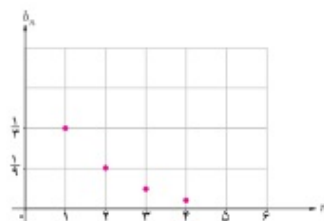
$$d_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$$



$$e_n = 3^n$$



$$f_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$$



تمرین

۱. برای محاسبه قبض آب^۱ (آبها) هر واحد مسکونی در شهر تهران ابتدا میانگین مصرف هر واحد مسکونی محاسبه می‌شود و بر اساس آن «طبقه مصرفی» واحد مسکونی با توجه به «جدول ۱» تعیین می‌گردد. آنگاه به کمک رابطه زیر، آبها محاسبه می‌شود: هزینه هر متر مکعب با توجه به طبقه مصرف \times میانگین مصرف = آبها^۱

جدول ۱. محاسبه آبها بر اساس طبقات مصرف در استان تهران

هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)
۸/۴۹۶	$25 \leq x < 30$	۱/۴۱۹	$0 \leq x < 5$
۱۱/۵۸۰	$30 \leq x < 35$	۲/۱۲۳	$5 \leq x < 10$
۱۵/۲۴۴	$35 \leq x < 40$	۲/۸۲۷	$10 \leq x < 15$
۲۳/۴۶۲	$40 \leq x < 50$	۳/۷۰۳	$15 \leq x < 20$
۶۶/۹۲۴	$x \geq 50$	۵/۴۰۰	$20 \leq x < 25$

الف) نمودار «طبقه مصرف - آبها» جدول بالا را رسم کنید و ضابطه و دامنه و برد تابع را به دست آورید.

ب) اگر میانگین مصرف یک واحد مسکونی^۲ در تهران در یک ماه $20/49 m^3$ باشد، سطح زیر منحنی نمودار چه تابعی، آبها را مشخص می‌کند؟

۲. اگر تابع f مدل ریاضی هرکدام از مسائل زیر باشد، دامنه هرکدام از آنها را مشخص کنید.

- الف) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر N R
- ب) میزان استفاده دانش‌آموزان یک مدرسه از اینترنت در هر ساعت N R
- ج) حجم مکعبی به ضلع x N R
- د) میزان تغییرات **سالانه** سطح دریاچه ارومیه در **دهه** اخیر N R
- ه) میزان مصرف ماهیانه آب در یک واحد مسکونی N R

۱. اطلاعات بالا از پایگاه www.tpww.ir استخراج شده است. در جدول واقعی، پس از محاسبه حاصل ضرب گفته شده بر اساس طبقه مصرف عددی ثابت از عدد به دست آمده، کم می‌شود.

۲. توجه به میانگین مصرف آب در هر واحد مسکونی، مشترکان تقریباً $\frac{1}{3}$ هزینه واقعی تولید آب را می‌پردازند. هزینه آب در مقایسه با کشورهای منطقه و بسیاری از کشورهای جهان در ایران بسیار پایین است.

۳. الگوی مصرف برای هر واحد مسکونی در تهران $18 m^3$ است.

تمرین

۱. برای محاسبه قبض آب^۱ (آبها) هر واحد مسکونی در شهر تهران ابتدا میانگین مصرف هر واحد مسکونی محاسبه می‌شود و بر اساس آن «طبقه مصرفی» واحد مسکونی با توجه به «جدول ۱» تعیین می‌گردد. آنگاه به کمک رابطه زیر، آبها محاسبه می‌شود: هزینه هر متر مکعب با توجه به طبقه مصرف \times میانگین مصرف = آبها^۱

جدول ۱. محاسبه آبها بر اساس طبقات مصرف در استان تهران

هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)
۸/۴۹۶	$25 \leq x < 30$	۱/۴۱۹	$0 \leq x < 5$
۱۱/۵۸۰	$30 \leq x < 35$	۲/۱۲۳	$5 \leq x < 10$
۱۵/۲۴۴	$35 \leq x < 40$	۲/۸۲۷	$10 \leq x < 15$
۲۳/۴۶۲	$40 \leq x < 50$	۳/۷۰۳	$15 \leq x < 20$
۶۶/۹۲۴	$x \geq 50$	۵/۴۰۰	$20 \leq x < 25$

الف) نمودار «طبقه مصرف - آبها» جدول بالا را رسم کنید و ضابطه و دامنه و برد تابع را به دست آورید.

ب) اگر میانگین مصرف یک واحد مسکونی^۲ در تهران در یک ماه $20/49 m^3$ باشد، سطح زیر منحنی نمودار چه تابعی، آبها را مشخص می‌کند؟

۲. اگر تابع f مدل ریاضی هرکدام از مسائل زیر باشد، دامنه هرکدام از آنها را مشخص کنید.

- الف) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر N R
- ب) میزان استفاده دانش‌آموزان یک مدرسه از اینترنت در هر ساعت N R
- ج) حجم مکعبی به ضلع x N R
- د) تغییرات سطح دریاچه ارومیه در **پست سال** اخیر N R
- ه) میزان مصرف ماهیانه آب در یک واحد مسکونی N R

۱. اطلاعات بالا از پایگاه www.tpww.ir استخراج شده است. در جدول واقعی، پس از محاسبه حاصل ضرب گفته شده بر اساس طبقه مصرف عددی ثابت از عدد به دست آمده، کم می‌شود.

۲. توجه به میانگین مصرف آب در هر واحد مسکونی، مشترکان تقریباً $\frac{1}{3}$ هزینه واقعی تولید آب را می‌پردازند. هزینه آب در مقایسه با کشورهای منطقه و بسیاری از کشورهای جهان در ایران بسیار پایین است.

۳. الگوی مصرف برای هر واحد مسکونی در تهران $18 m^3$ است.

۲. با توجه به جدول صفحه قبل، در هر دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 r^{(n-1)}$ با فرض $a_1 > 0$:

- الف) اگر $0 < r < 1$ ، دنباله a_n ، افزایشی کاهشی ثابت است.
 ب) اگر $r > 1$ ، دنباله a_n ، افزایشی کاهشی ثابت است.
 ج) اگر $r = 1$ ، دنباله a_n ، افزایشی کاهشی ثابت است.

کار در کلاس

ضابطه بازگشتی دنباله هندسی a, ar, ar^2, ar^3, \dots را مشخص کنید.

کار در کلاس

(هزینه استهلاک) — شخصی یک یخچال فریزر به قیمت $9/600/000$ تومان خریده است. هزینه استهلاک این یخچال هر سال معادل 10% ارزش سال پیش آن است. اگر v_n ارزش یخچال فریزر، n سال پس از خرید باشد:

الف) ضابطه تابعی دنباله v_n را به دست آورید.

با توجه به هزینه استهلاک 10% ، ارزش یخچال فریزر در هر سال 90% سال قبل خواهد بود؛ یعنی:

$$v_1 = 9/600/000 \times \frac{90}{100} \quad v_2 = 9/600/000 \times \left(\frac{90}{100}\right)^2 = \dots \quad v_3 = \dots \quad v_4 = \dots$$

ب) بیشترین کاهش ارزش یخچال فریزر در چه سالی است؟ آیا می‌توانید کمترین کاهش ارزش آن را مشخص کنید؟ چرا؟ با توجه به اینکه ارزش یخچال در هر سال 10% کاهش می‌یابد، هر چه ارزش آن بیشتر باشد میزان 10% آن بیشتر خواهد بود. بنابراین ...

ج) چرا ارزش یخچال فریزر پس از ده سال صفر نمی‌شود؟ با چه فرضی ارزش یخچال پس از 10 سال صفر می‌شود؟ ضابطه v_n را به گونه‌ای بنویسید که ارزش یخچال فریزر پس از ده سال صفر شود. دنباله v_n در این حالت حساسی است یا هندسی؟

د) اگر مطابق فرض مسئله، شخص بخواهد یخچال فریزر را زمانی بفروشد که ارزش آن کمتر از نصف قیمت خریداری شده باشد، چند سال پس از خرید باید آن را بفروشد؟

(راهنمایی: با توجه به قیمت خرید اولیه، $9/600/000$ تومان، نصف ارزش آن $4/800/000$ تومان است. پس، باید نخستین عدد n را که نامساوی $4/800/000 < v_n$ را تأمین می‌کند، مشخص کنیم.)

ه) با توجه به قسمت‌های ب و ج، تفاوت حالتی که از جملات دنباله در هر مرحله، k واحد کسر شود، با حالتی که k درصد از آن کسر شود چیست؟ کدام حالت بیانگر یک دنباله حسابی و کدام حالت بیانگر یک دنباله هندسی است؟

۲. با توجه به جدول صفحه قبل، در هر دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 r^{(n-1)}$ با فرض $a_1 > 0$:

- الف) اگر $0 < r < 1$ ، دنباله a_n ، افزایشی کاهشی ثابت است.
 ب) اگر $r > 1$ ، دنباله a_n ، افزایشی کاهشی ثابت است.
 ج) اگر $r = 1$ ، دنباله a_n ، افزایشی کاهشی ثابت است.

کار در کلاس

ضابطه بازگشتی دنباله هندسی a, ar, ar^2, ar^3, \dots را مشخص کنید.

کار در کلاس

(هزینه استهلاک) — شخصی یک یخچال فریزر به قیمت $9/600/000$ تومان خریده است. هزینه استهلاک این یخچال هر سال معادل 10% ارزش سال پیش آن است. اگر v_n ارزش یخچال فریزر، n سال پس از خرید باشد:

الف) ضابطه تابعی دنباله v_n را به دست آورید.

با توجه به هزینه استهلاک 10% ، ارزش یخچال فریزر در هر سال 90% سال قبل خواهد بود؛ یعنی:

$$v_1 = 9/600/000 \quad v_2 = 9/600/000 \times \frac{90}{100} = \dots \quad v_3 = \dots \quad v_4 = \dots$$

ب) بیشترین کاهش ارزش یخچال فریزر در چه سالی است؟ آیا می‌توانید کمترین کاهش ارزش آن را مشخص کنید؟ چرا؟ با توجه به اینکه ارزش یخچال در هر سال 10% کاهش می‌یابد، هر چه ارزش آن بیشتر باشد میزان 10% آن بیشتر خواهد بود. بنابراین ...

ج) چرا ارزش یخچال فریزر پس از ده سال صفر نمی‌شود؟ با چه فرضی ارزش یخچال پس از 10 سال صفر می‌شود؟ ضابطه v_n را به گونه‌ای بنویسید که ارزش یخچال فریزر پس از ده سال صفر شود. دنباله v_n در این حالت حساسی است یا هندسی؟

د) اگر مطابق فرض مسئله، شخص بخواهد یخچال فریزر را زمانی بفروشد که ارزش آن کمتر از نصف قیمت خریداری شده باشد، چند سال پس از خرید باید آن را بفروشد؟

(راهنمایی: با توجه به قیمت خرید اولیه، $9/600/000$ تومان، نصف ارزش آن $4/800/000$ تومان است. پس، باید نخستین عدد n را که نامساوی $4/800/000 < v_n$ را تأمین می‌کند، مشخص کنیم.)

ه) با توجه به قسمت‌های ب و ج، تفاوت حالتی که از جملات دنباله در هر مرحله، k واحد کسر شود، با حالتی که k درصد از آن کسر شود چیست؟ کدام حالت بیانگر یک دنباله حسابی و کدام حالت بیانگر یک دنباله هندسی است؟