



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

نام کتاب: ریاضی (۲) - پایه یازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۱۱۲۱۱
پدیدآورنده: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف: حمیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، ناصر بروجردیان، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو داودی، زهرا رحیمی، محمدهاشم رستمی، ابراهیم رحمانی، محمدرضا سیدصالحی، میرشهرام صدر، اکرم قلی‌رحمت، مظاهر قاسمی هنری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
مدیریت آماده‌سازی هنری: رضا حیدری فریج، سهیلا خداکریم، ابراهیم رحمانی، محمدرضا سیدصالحی، محمدعلی فریبری عراقی، علی قصاب و آنایینا کیمیانی (اعضای گروه تألیف) - ستادکبیر میرجعفری (پیراستار)
شناسه افزوده آماده‌سازی: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
نشانی سازمان: احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - مجتبی زنده (طراح گرافیک) - مریم نصرتی (صفحه‌آرا)، لاطمه رئیس‌انفیرزآباد (رسم)، سوروش سعادت‌مندی، نوشین معصوم‌دوست، فرشته ارجمند، زینت بهشتی شیرازی و ناهید خیام‌باشی (امور آماده‌سازی)
نشانی ناشر: تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)
تلفن: ۸۸۸۲۱۱۶۱۹، دورنگار: ۲۴۹۸۵۱۶۰، کد پستی: ۱۵۸۴۷۷۲۵۹
وبسایت: www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir

ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران: کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروبخش) تلفن: ۲۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۲۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۴۹
چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران همپای خاص*
سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ هشتم ۱۴۰۳

شابک (۹۷۸-۹۶۴-۵-۲۷۸۰-۱)
ISBN: 978-964-05-2780-1



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

نام کتاب: ریاضی (۲) - پایه یازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۱۱۲۱۱
پدیدآورنده: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف: حمیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، ناصر بروجردیان، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو داودی، زهرا رحیمی، محمدهاشم رستمی، ابراهیم رحمانی، محمدرضا سیدصالحی، میرشهرام صدر، اکرم قلی‌رحمت، مظاهر قاسمی هنری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
مدیریت آماده‌سازی هنری: رضا حیدری فریج، سهیلا خداکریم، ابراهیم رحمانی، محمدرضا سیدصالحی، محمدعلی فریبری عراقی، علی قصاب و آنایینا کیمیانی (اعضای گروه تألیف) - ستادکبیر میرجعفری (پیراستار)
شناسه افزوده آماده‌سازی: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
نشانی سازمان: احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - مجتبی زنده (طراح گرافیک) - مریم نصرتی (صفحه‌آرا)، لاطمه رئیس‌انفیرزآباد (رسم)، سوروش سعادت‌مندی، نوشین معصوم‌دوست، فرشته ارجمند، زینت بهشتی شیرازی و ناهید خیام‌باشی (امور آماده‌سازی)
نشانی ناشر: تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)
تلفن: ۸۸۸۲۱۱۶۱۹، دورنگار: ۲۴۹۸۵۱۶۰، کد پستی: ۱۵۸۴۷۷۲۵۹
وبسایت: www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir

ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران: کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروبخش) تلفن: ۲۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۲۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۴۹
چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران همپای خاص*
سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ نهم ۱۴۰۴

شابک (۹۷۸-۹۶۴-۵-۲۷۸۰-۱)
ISBN: 978-964-05-2780-1

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از این کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع، بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از این کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع، بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

این کتاب در سال ۱۴۰۲ براساس نظرات ارسالی دبیران سراسر کشور به جشنواره اصلاح ریاضی ۲، مورد اصلاح قرار گرفت. همکاری که نظرات آنها در اصلاح کتاب به کار گرفته شد، فرزانه الفتی، مهدی جابری، زرا زاهدی مقدم، زهره شرفالدین بزدی، مریم صراطی، فاطمه عاشوری قاضی و فرزانه نوروزی

این کتاب در سال ۱۴۰۲ براساس نظرات ارسالی دبیران سراسر کشور به جشنواره اصلاح ریاضی ۲، مورد اصلاح قرار گرفت. همکاری که نظرات آنها در اصلاح کتاب به کار گرفته شد، فرزانه الفتی، مهدی جابری، زرا زاهدی مقدم، زهره شرفالدین بزدی، مریم صراطی، فاطمه عاشوری قاضی، فرزانه نوروزی و فرزانه طیبی

فصل ۳ تابع

تابع جزء صحیح

فعالیت

هزینه پارکینگ خودرو

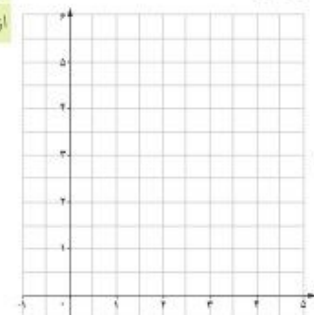
در یک پارکینگ، هزینه پارک خودرو به این صورت محاسبه می شود:

الف) ضابطه تابع هزینه پارکینگ خودرو چیست؟

هزینه (هزار تومان)	زمان
۳	تا کمتر از ۲ ساعت
۴	تا ۲/۵ ساعت
۵	تا کمتر از ۳ ساعت
۶	تا ۵ ساعت

$$f(x) = \begin{cases} 3 & 0 \leq x < 2 \\ 4 & 2 \leq x < 2.5 \\ 5 & \dots \\ 6 & \dots \end{cases}$$

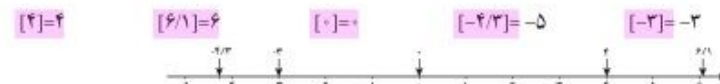
ب) نمودار این تابع را رسم کنید.



به توابی مانند تابع هزینه پارکینگ، توابع پله‌ای می‌گویند. توابع پله‌ای در تجارت یا خرید و فروش نقش تعیین‌کننده‌ای دارند. مشهورترین تابع پله‌ای، تابع جزء صحیح است.

تابع جزء صحیح به هر عدد صحیح، خود همان عدد صحیح را نسبت می‌دهد و به هر عدد غیر صحیح، بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از آن عدد را نسبت می‌دهد. ضابطه این تابع به صورت $f(x) = [x]$ نشان داده می‌شود.

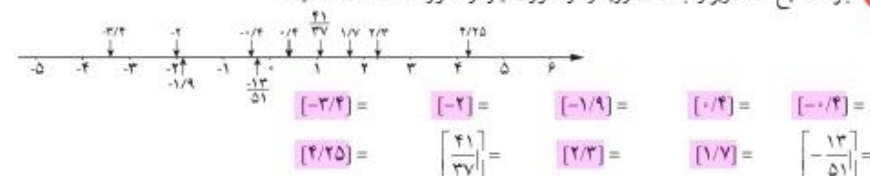
برای مثال داریم:



همان‌طور که در مثال دیدیم، جزء صحیح هر عدد غیر صحیح، برابر است با اولین عدد صحیح سمت چپ آن روی محور اعداد.

کار در کلاس

۱) جزء صحیح اعداد زیر را به دست آورید و در صورت نیاز از محور اعداد، استفاده کنید.



فصل ۳ تابع

توابع پله‌ای و تابع جزء صحیح

فعالیت

هزینه پارکینگ خودرو

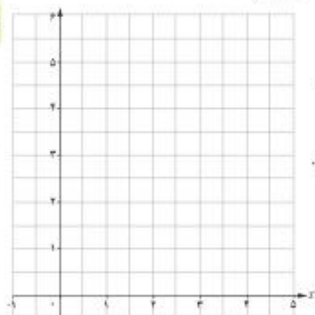
در یک پارکینگ، هزینه پارک خودرو به این صورت محاسبه می‌شود:

الف) ضابطه تابع هزینه پارکینگ خودرو چیست؟

هزینه (هزار تومان)	زمان
۳	تا کمتر از ۲ ساعت
۴	تا ۲/۵ ساعت
۵	تا کمتر از ۳ ساعت
۶	تا ۵ ساعت

$$f(x) = \begin{cases} 3 & 0 \leq x < 2 \\ 4 & 2 \leq x < 2.5 \\ 5 & \dots \\ 6 & \dots \end{cases}$$

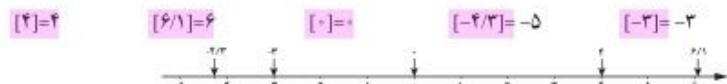
ب) نمودار این تابع را رسم کنید.



به توابی مانند تابع هزینه پارکینگ، توابع پله‌ای می‌گویند. توابع پله‌ای در تجارت یا خرید و فروش نقش تعیین‌کننده‌ای دارند. مشهورترین تابع پله‌ای، تابع جزء صحیح است.

تابع جزء صحیح به هر عدد صحیح، خود همان عدد صحیح را نسبت می‌دهد و به هر عدد غیر صحیح، بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از آن عدد را نسبت می‌دهد. ضابطه این تابع به صورت $f(x) = [x]$ نشان داده می‌شود.

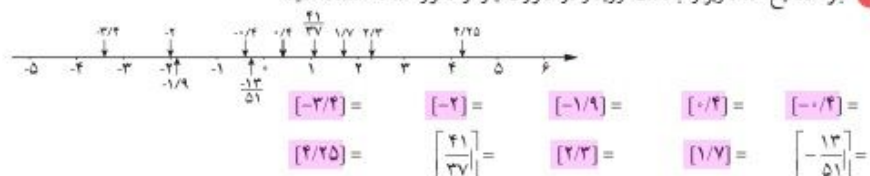
برای مثال داریم:



همان‌طور که در مثال دیدیم، جزء صحیح هر عدد غیر صحیح، برابر است با اولین عدد صحیح سمت چپ آن روی محور اعداد.

کار در کلاس

۱) جزء صحیح اعداد زیر را به دست آورید و در صورت نیاز از محور اعداد، استفاده کنید.



درس اول | آشنایی با برخی از انواع تابع

۱ حاصل $[\sqrt{0}] + [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots$ را به دست آورید.

۳ حاصل $[x] + [2x] + [3x]$ را به ازای $x = -\frac{5}{4}$ به دست آورید.

کار در کلاس

۱ معادلات مقابل را حل کنید. پ) $[2x+3] = -1$ الف) $[x-1] = 2$

۲ جاهای خالی را در جدول مقابل پر کنید و به کمک آن ضابطه تابع زیر را تکمیل کنید.

x	$-x$	$[x]$	$[-x]$	$[x]+[-x]$
۱				
-۲				
$\frac{3}{2}$				
$\frac{1}{2}$				
$\sqrt{2}$				
۰				
...				

$$[x]+[-x] = \begin{cases} \cdot & x \in \mathbb{Z} \\ \dots & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

فعالیت

۱ اگر $[x]=2$ ، آنگاه x برابر چه اعدادی می تواند باشد؟ مجموعه جواب را به صورت بازه بنویسید.

۲ برای رسم نمودار یک تابع صحیح باید توجه کنیم که اعداد هر بازه ای از دامنه، به چه عددی نسبت داده می شود. برای مثال اگر $0 \leq x < 1$ ، آنگاه $[x]=0$ پس مقدار تابع با ضابطه $f(x)=[x]$ برای همه اعداد عضو بازه $[0,1)$ برابر صفر می شود. در شکل مقابل بخشی از نمودار تابع با ضابطه $f(x)=[x]$ رسم شده است. نمودار این تابع را در بازه $[-4,4]$ تکمیل کنید.

۳ الف) به دلخواه نقطه ای مانند a را روی محور اعداد داده شده مشخص کنید. ب) نقطه $a+3$ را روی این محور مشخص کنید.

پ) نقاط $[a]$ و $[a+3]$ را روی محور مشخص کنید.

ت) چه رابطه ای بین $[a]$ و $[a+3]$ برقرار است؟ $[a+3]=[a]+ \dots$

ث) چه نتیجه ای می گیرید؟

«اگر a عددی حقیقی و n عددی صحیح باشد، آنگاه $[a+n]=[a]+ \dots$ »



درس اول | آشنایی با برخی از انواع تابع

۲ حاصل $[\sqrt{0}] + [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots$ را به دست آورید.

۳ حاصل $[x] + [2x] + [3x]$ را به ازای $x = -\frac{5}{4}$ به دست آورید.

کار در کلاس

۱ معادلات مقابل را حل کنید. پ) $[2x+3] = -1$ الف) $[x-1] = 2$

۲ جاهای خالی را در جدول مقابل پر کنید و به کمک آن ضابطه تابع زیر را تکمیل کنید. آیا می توان گفت تابع زیر یک تابع پله ای است؟

x	$-x$	$[x]$	$[-x]$	$[x]+[-x]$
۱				
-۲				
$\frac{3}{2}$				
$\frac{1}{2}$				
$\sqrt{2}$				
۰				
...				

$$[x]+[-x] = \begin{cases} \cdot & x \in \mathbb{Z} \\ \dots & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

فعالیت

۱ اگر $[x]=2$ ، آنگاه x برابر چه اعدادی می تواند باشد؟ مجموعه جواب را به صورت بازه بنویسید.

۲ برای رسم نمودار یک تابع صحیح باید توجه کنیم که اعداد هر بازه ای از دامنه، به چه عددی نسبت داده می شود. برای مثال اگر $0 \leq x < 1$ ، آنگاه $[x]=0$ پس مقدار تابع با ضابطه $f(x)=[x]$ برای همه اعداد عضو بازه $[0,1)$ برابر صفر می شود. در شکل مقابل بخشی از نمودار تابع با ضابطه $f(x)=[x]$ رسم شده است. نمودار این تابع را در بازه $[-4,4]$ تکمیل کنید.

۳ الف) به دلخواه نقطه ای مانند a را روی محور اعداد داده شده مشخص کنید. ب) نقطه $a+3$ را روی این محور مشخص کنید.

پ) نقاط $[a]$ و $[a+3]$ را روی محور مشخص کنید.

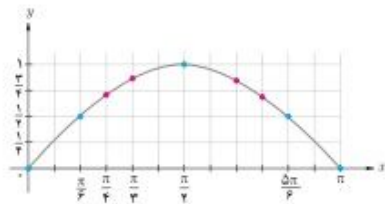
ت) چه رابطه ای بین $[a]$ و $[a+3]$ برقرار است؟ $[a+3]=[a]+ \dots$

ث) چه نتیجه ای می گیرید؟

«اگر a عددی حقیقی و n عددی صحیح باشد، آنگاه $[a+n]=[a]+ \dots$ »

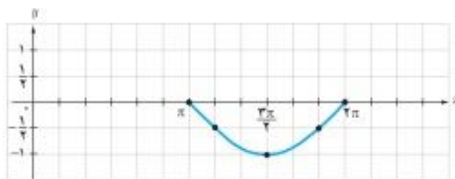


درس سوم | توابع مثلثاتی



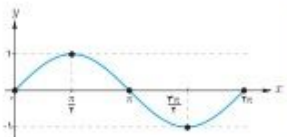
نقاط حاصل در شکل را به ترتیب به یکدیگر وصل می کنیم تا شکل مقابل به دست بیاید. با افزودن تعداد نقاط جدول فوق در بازه $[0, \pi]$ این شکل به طور دقیق تری به دست می آید. شکل حاصل نمودار تابع سینوس با ضابطه $y = \sin x$ را در این بازه مشخص می کند.

مراحل صفحه قبل را برای رسم نمودار تابع سینوس در بازه $[\pi, 2\pi]$ انجام دهید. برای این کار ابتدا جدول زیر را کامل کنید؛ سپس نقاط به دست آمده در جدول را در صفحه مختصات مطابق شکل زیر مشخص و آنها را به ترتیب به یکدیگر وصل کنید.



x	y=sin x	مختصات نقطه
π	0	$(\pi, 0)$
$\frac{7\pi}{6}$
$\frac{5\pi}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{1}{2}$...
$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$...
2π

با توجه به شکل های فوق، نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ در شکل زیر رسم شده است. حال با توجه به این شکل جدول زیر را درباره مقدار این تابع در هر بازه تکمیل کنید.



	$[0, \frac{\pi}{2}]$	$[\frac{\pi}{2}, \pi]$	$[\pi, \frac{3\pi}{2}]$	$[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$
مقدار تابع سینوس از 0 به 1 افزایش می یابد.				
مقدار تابع سینوس در ربع اول مثبت است.				

با توجه به رابطه $\sin(x+2k\pi) = \sin x$ ، که در درس قبل آشنا شدید می توان گفت :

$$\sin(x+2\pi) = \sin x$$

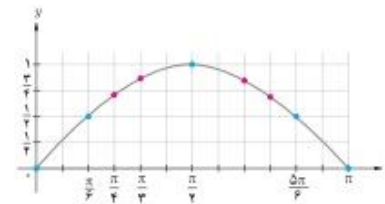
یعنی مقدار تابع سینوس با اضافه کردن 2π رادین به کمان آن تغییری نمی کند. بنابراین نمودار تابع سینوس در بازه های $[2\pi, 4\pi]$ و $[0, 2\pi]$ یکسان است.

همچنین داریم :

$$\sin(x-2\pi) = \sin x$$

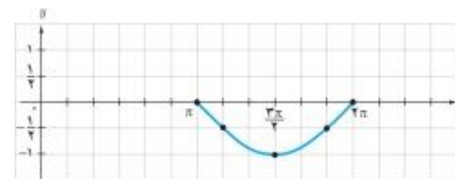
یعنی مقدار تابع سینوس با کم کردن 2π رادین از کمان آن تغییری نمی کند. در نتیجه نمودار تابع سینوس در بازه های $[0, 2\pi]$ و $[2\pi, 4\pi]$ یکسان است.

درس سوم | توابع مثلثاتی



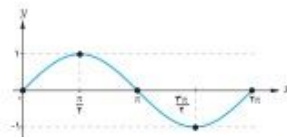
نقاط حاصل در شکل را به ترتیب به یکدیگر وصل می کنیم تا شکل مقابل به دست بیاید. با افزودن تعداد نقاط جدول فوق در بازه $[0, \pi]$ این شکل به طور دقیق تری به دست می آید. شکل حاصل نمودار تابع سینوس با ضابطه $y = \sin x$ را در این بازه مشخص می کند.

مراحل صفحه قبل را برای رسم نمودار تابع سینوس در بازه $[\pi, 2\pi]$ انجام دهید. برای این کار ابتدا جدول زیر را کامل کنید؛ سپس نقاط به دست آمده در جدول را در صفحه مختصات مطابق شکل زیر مشخص و آنها را به ترتیب به یکدیگر وصل کنید.



x	y=sin x	مختصات نقطه
π	0	$(\pi, 0)$
$\frac{7\pi}{6}$
$\frac{5\pi}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{1}{2}$...
$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$...
2π

با توجه به شکل های فوق، نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ در شکل زیر رسم شده است. حال با توجه به این شکل جدول زیر را درباره مقدار این تابع در هر بازه تکمیل کنید.



	$[0, \frac{\pi}{2}]$	$[\frac{\pi}{2}, \pi]$	$[\pi, \frac{3\pi}{2}]$	$[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$
مقدار تابع سینوس از 0 به 1 افزایش می یابد.				
مقدار تابع سینوس در ربع اول مثبت است.				

با توجه به رابطه $\sin(x+2k\pi) = \sin x$ ، که در درس قبل آشنا شدید می توان گفت :

$$\sin(x+2\pi) = \sin x$$

یعنی مقدار تابع سینوس با اضافه کردن 2π رادین به کمان آن تغییری نمی کند. بنابراین نمودار تابع سینوس در بازه های $[2\pi, 4\pi]$ و $[0, 2\pi]$ یکسان است.

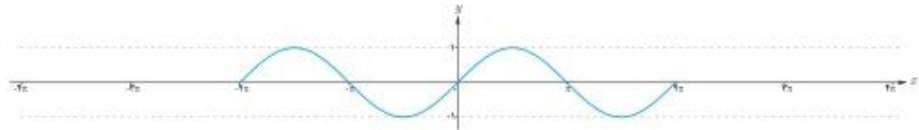
همچنین داریم :

$$\sin(x-2\pi) = \sin x$$

یعنی مقدار تابع سینوس با کم کردن 2π رادین از کمان آن تغییری نمی کند. در نتیجه نمودار تابع سینوس در بازه های $[0, 2\pi]$ و $[2\pi, 4\pi]$ یکسان است.

فصل ۴ مثلثات

و یکسان است. در حالت کلی چون مقدار تابع سینوس با اضافه یا کم کردن مضارب زوج π رادبان به کمان آن تغییر نمی‌کند، نمودار تابع سینوس در بازه‌های $[\pi, 2\pi]$ و $[\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi]$ یکسان است. به این ترتیب منحنی این تابع که در بازه $[0, 2\pi]$ رسم شده در بازه‌های $[\pi, 2\pi]$ ، $[\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi]$ ، $[-2\pi, -\pi]$ ، $[-2\pi, -\pi]$ تکرار می‌شود. در شکل زیر نمودار تابع سینوس در ۲ تکرار رسم شده است. این نمودار را برای ۴ تکرار کامل کنید.



۸ با توجه به شکل بالا جاهای خالی را درباره ویژگی‌های تابع سینوس با ضابطه $y = \sin x$ کامل کنید.

الف) دامنه تابع سینوس و برد آن است.

ب) مقدار تابع سینوس در طول‌های $x = k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$ برابر با است.

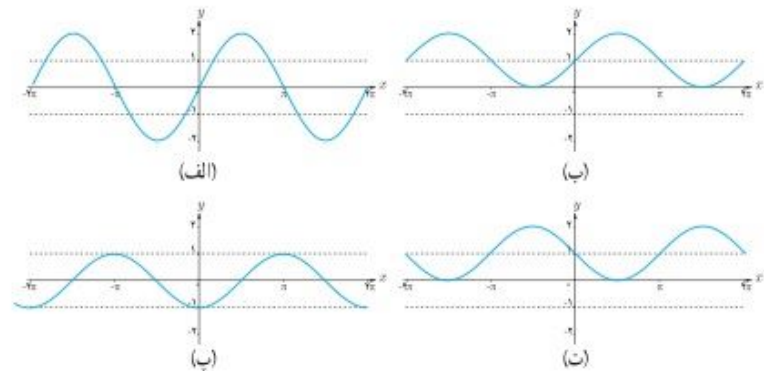
پ) حداکثر مقدار تابع سینوس برابر با است که در تقاطعی به طول‌های $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$ به دست می‌آید.

ت) حداقل مقدار تابع سینوس برابر با است که در تقاطعی به طول‌های $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$ به دست می‌آید.

کار در کلاس

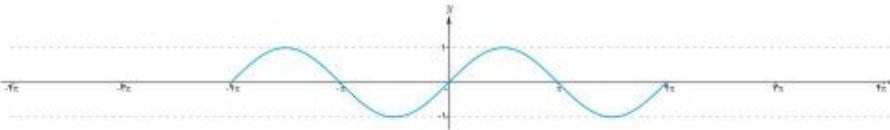
هر یک از توابع با ضابطه‌های داده شده دارای کدام نمودار است؟

- ۱ $y = 2\sin x$
- ۲ $y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$
- ۳ $y = \sin x + 1$
- ۴ $y = -\sin x + 1$



فصل ۴ مثلثات

و یکسان است. در حالت کلی چون مقدار تابع سینوس با اضافه یا کم کردن مضارب زوج π رادبان به کمان آن تغییر نمی‌کند، نمودار تابع سینوس در بازه‌های $[\pi, 2\pi]$ و $[\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi]$ یکسان است. به این ترتیب منحنی این تابع که در بازه $[0, 2\pi]$ رسم شده در بازه‌های $[\pi, 2\pi]$ ، $[\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi]$ ، $[-2\pi, -\pi]$ ، $[-2\pi, -\pi]$ تکرار می‌شود. در شکل زیر نمودار تابع سینوس در ۲ تکرار رسم شده است. این نمودار را برای ۴ تکرار کامل کنید.



۸ با توجه به شکل بالا جاهای خالی را درباره ویژگی‌های تابع سینوس با ضابطه $y = \sin x$ کامل کنید.

الف) دامنه تابع سینوس و برد آن است.

ب) مقدار تابع سینوس در طول‌های $x = k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$ برابر با است.

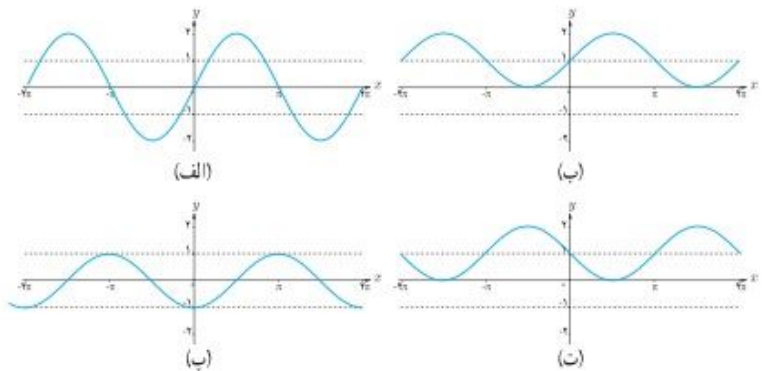
پ) حداکثر مقدار تابع سینوس برابر با است که در تقاطعی به طول‌های $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$ به دست می‌آید.

ت) حداقل مقدار تابع سینوس برابر با است که در تقاطعی به طول‌های $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$ به دست می‌آید.

کار در کلاس

هر یک از توابع با ضابطه‌های داده شده دارای کدام نمودار است؟

- ۱ $y = 2\sin x$
- ۲ $y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$
- ۳ $y = \sin x + 1$
- ۴ $y = -\sin x + 1$



رسم تابع کسینوس

شمارت

۱ جدول زیر را کامل کنید.

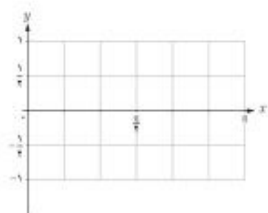
x	$y = \cos x$	مختصات نقطه
۰	۱	$(۰, ۱)$
$\frac{\pi}{۴}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۰,۷$	$(\frac{\pi}{۴}, ۰,۷)$
$\frac{\pi}{۲}$
$\frac{۳\pi}{۴}$
π

به این ترتیب مجموعه زوج‌های مرتب زیر به دست می‌آید.

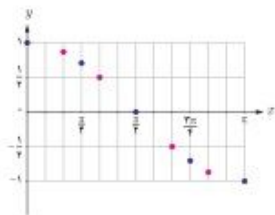
$$f = \{(0, 1), (\frac{\pi}{4}, 0,7), (\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{3\pi}{4}, -0,7), (\pi, -1)\}$$

آیا این مجموعه یک تابع را مشخص می‌کند؟

۲ نقاط جدول بالا را در این شکل مشخص کنید.



۳ نقاط به طول‌های $\frac{\pi}{۶}, \frac{\pi}{۳}, \frac{۲\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۶}$ را به جدول بالا اضافه کنید تا شکل زیر به دست آید. $(\sqrt{۳} \approx ۰,۷)$



x	$\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{۲\pi}{۳}$	$\frac{۵\pi}{۶}$
$y = \cos x$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$...

رسم تابع کسینوس

شمارت

۱ جدول زیر را کامل کنید.

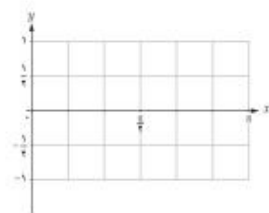
x	$y = \cos x$	مختصات نقطه
۰	۱	$(۰, ۱)$
$\frac{\pi}{۴}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۰,۷$	$(\frac{\pi}{۴}, ۰,۷)$
$\frac{\pi}{۲}$
$\frac{۳\pi}{۴}$
π

به این ترتیب مجموعه زوج‌های مرتب زیر به دست می‌آید.

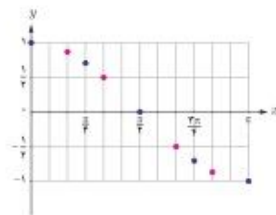
$$f = \{(0, 1), (\frac{\pi}{4}, 0,7), (\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{3\pi}{4}, -0,7), (\pi, -1)\}$$

آیا این مجموعه یک تابع را مشخص می‌کند؟

۲ نقاط جدول بالا را در این شکل مشخص کنید.

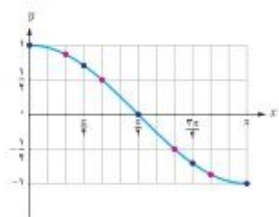


۳ نقاط به طول‌های $\frac{\pi}{۶}, \frac{\pi}{۳}, \frac{۲\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۶}$ را به جدول بالا اضافه کنید تا شکل زیر به دست آید. $(\sqrt{۳} \approx ۰,۷)$



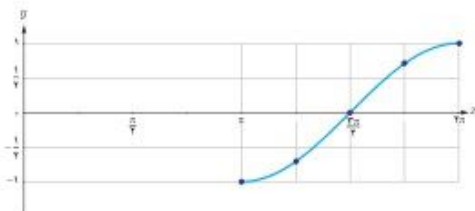
x	$\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{۲\pi}{۳}$	$\frac{۵\pi}{۶}$
$y = \cos x$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$...

فصل ۴ | مثلثات



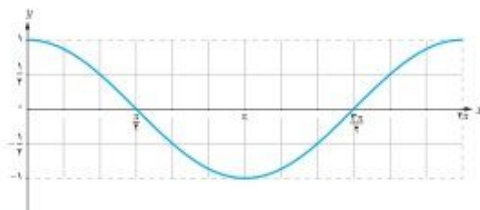
۴ نقاط شکل صفحه قبل را به ترتیب به یکدیگر وصل می‌کنیم تا شکل مقابل به دست آید. این شکل نمودار تابع کسینوس با ضابطه $y = \cos x$ را در بازه $[0, \pi]$ مشخص می‌کند.

۵ جدول زیر را کامل کنید تا نمودار تابع کسینوس در بازه $[\pi, 2\pi]$ به صورت شکل مقابل به دست آید.



x	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
y	-1	1

۶ با توجه به مراحل بالا نمودار تابع کسینوس با ضابطه $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ در شکل زیر رسم شده است. با توجه به این شکل جدول زیر را کامل کنید.

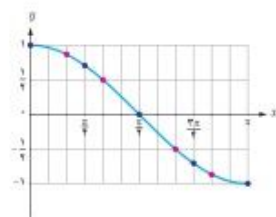


$[0, \frac{\pi}{4}]$	$[\frac{\pi}{4}, \pi]$	$[\pi, \frac{3\pi}{4}]$	$[\frac{3\pi}{4}, 2\pi]$
مقدار تابع کسینوس از ۱ به ۰ کاهش می‌یابد.			
مقدار تابع کسینوس در ربع اول مثبت است.			

۷ تابع کسینوس دارای نمودار یکسانی در بازه‌های $[0, 2\pi]$ ، $[-2\pi, 0]$ ، $[2\pi, 4\pi]$ ، $[-4\pi, -2\pi]$ است. در شکل زیر نمودار تابع کسینوس در بازه $[0, 4\pi]$ رسم شده است. شکل را کامل کنید.

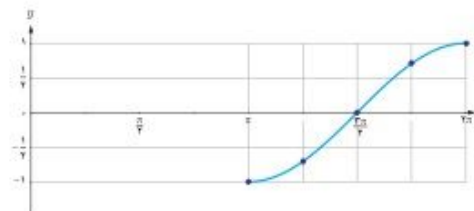


فصل ۴ | مثلثات



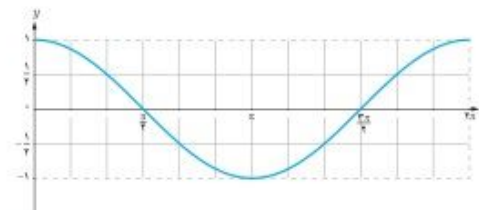
۴ نقاط شکل صفحه قبل را به ترتیب به یکدیگر وصل می‌کنیم تا شکل مقابل به دست آید. این شکل نمودار تابع کسینوس با ضابطه $y = \cos x$ را در بازه $[0, \pi]$ مشخص می‌کند.

۵ جدول زیر را کامل کنید تا نمودار تابع کسینوس در بازه $[\pi, 2\pi]$ به صورت شکل مقابل به دست آید.



x	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
y	-1	1

۶ با توجه به مراحل بالا نمودار تابع کسینوس با ضابطه $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ در شکل زیر رسم شده است. با توجه به این شکل جدول زیر را کامل کنید.



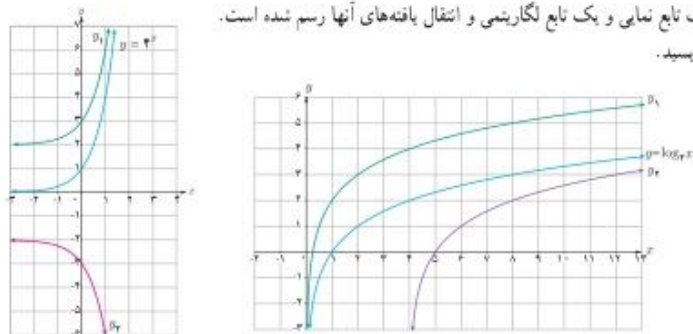
$[0, \frac{\pi}{4}]$	$[\frac{\pi}{4}, \pi]$	$[\pi, \frac{3\pi}{4}]$	$[\frac{3\pi}{4}, 2\pi]$
مقدار تابع کسینوس از ۱ به ۰ کاهش می‌یابد.			
مقدار تابع کسینوس در ربع اول مثبت است.			

۷ تابع کسینوس دارای نمودار یکسانی در بازه‌های $[0, 2\pi]$ ، $[-2\pi, 0]$ ، $[2\pi, 4\pi]$ ، $[-4\pi, -2\pi]$ است. در شکل زیر نمودار تابع کسینوس در بازه $[0, 4\pi]$ رسم شده است. شکل را کامل کنید.



کار در کلاس

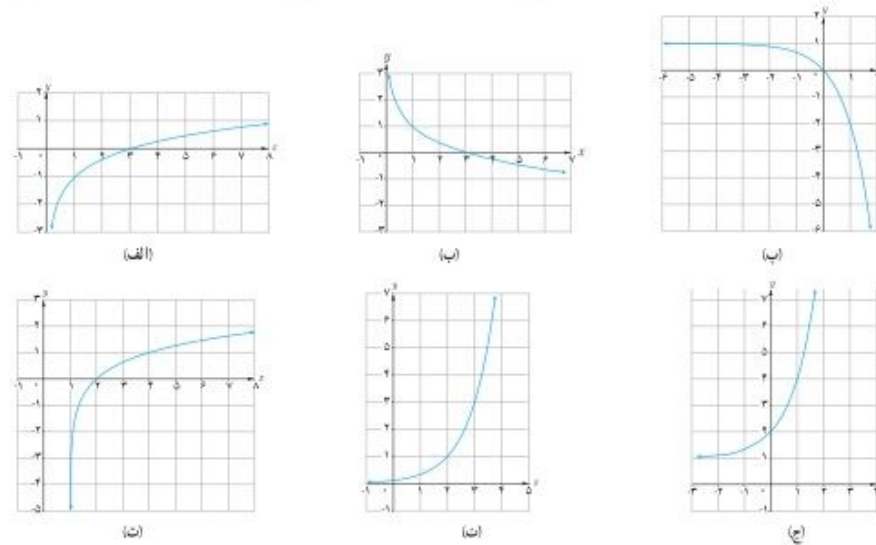
در شکل‌های زیر، نمودار یک تابع نمایی و یک تابع لگاریتمی و انتقال یافته‌های آنها رسم شده است. ضابطه توابع انتقال یافته را بنویسید.



کار در کلاس

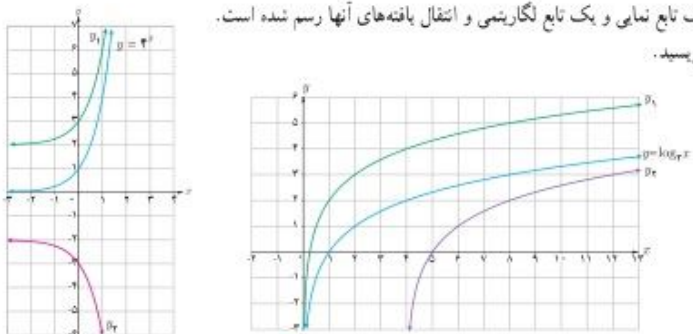
کدام یک از ضابطه‌ها به کدام یک از نمودارها تعلق دارند؟

- ۱) $y = \log_3(x-1)$
- ۲) $y = 3^x + 1$
- ۳) $y = 1 - 3^x$
- ۴) $y = \log_3 x - 1$
- ۵) $y = 1 - \log_3 x$
- ۶) $y = 3^{x-1}$



کار در کلاس

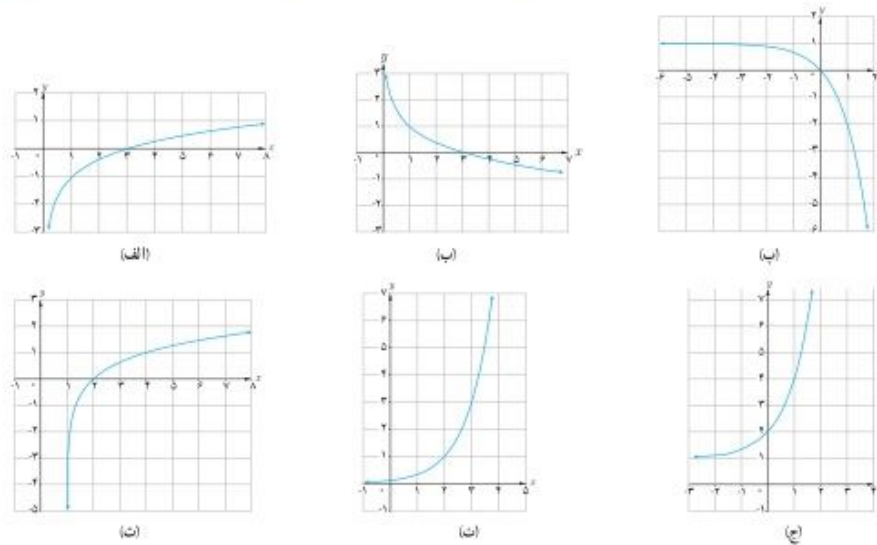
در شکل‌های زیر، نمودار یک تابع نمایی و یک تابع لگاریتمی و انتقال یافته‌های آنها رسم شده است. ضابطه توابع انتقال یافته را بنویسید.



کار در کلاس

کدام یک از ضابطه‌ها به کدام یک از نمودارها تعلق دارند؟

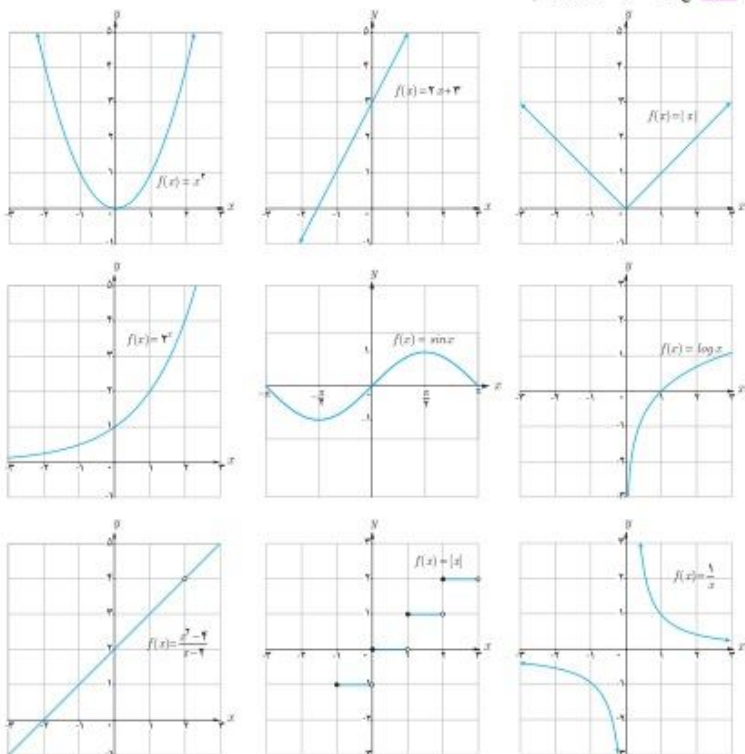
- ۱) $y = \log_3(x-1)$
- ۲) $y = 3^x + 1$
- ۳) $y = 1 - 3^x$
- ۴) $y = \log_3 x - 1$
- ۵) $y = 1 - \log_3 x$
- ۶) $y = 3^{x-1}$



یکی از مفاهیم مهم در مبحث حد توابع، مفهوم بیوستگی است که در این درس با آن آشنا می‌شوید.

فعالیت

نمودارهای **شش** تابع در شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

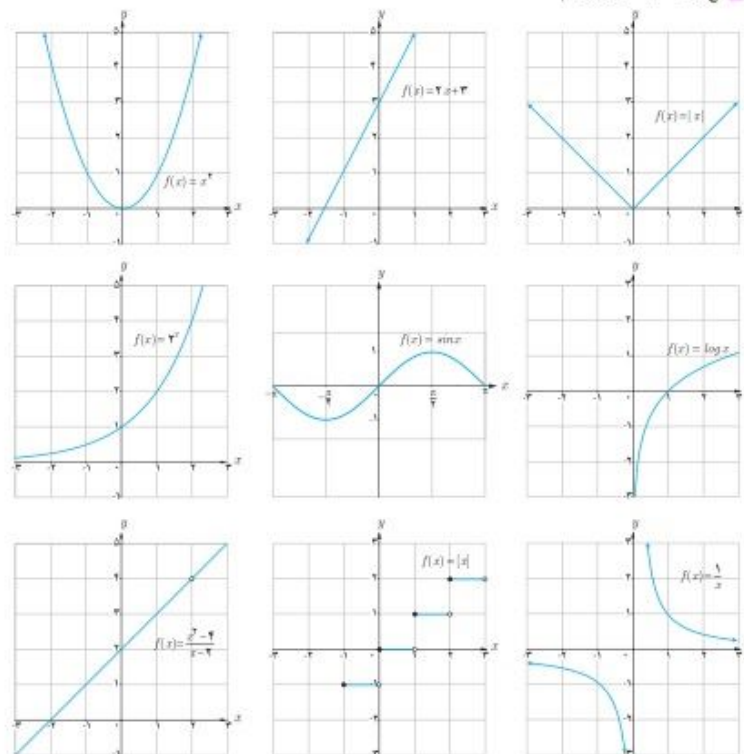


الف) کدام یک از نمودارهای فوق را می‌توان بدون آنکه فلم را از روی کاغذ برداشت، رسم کرد؟
 ب) مثال دیگری مشابه توابع بالا ارائه کنید.
 ردیف‌های اول و دوم نمونه‌ای از توابع بیوسته هستند.

یکی از مفاهیم مهم در مبحث حد توابع، مفهوم بیوستگی است که در این درس با آن آشنا می‌شوید.

فعالیت

نمودارهای **شش** تابع در شکل‌های زیر رسم شده‌اند.



الف) کدام یک از نمودارهای فوق را می‌توان بدون آنکه فلم را از روی کاغذ برداشت، رسم کرد؟
 ب) مثال دیگری مشابه توابع بالا ارائه کنید.
 ردیف‌های اول و دوم نمونه‌ای از توابع بیوسته هستند.

درس دوم | انار توصیفی

همان‌طور که در فعالیت قبل دیده می‌شود، واریانس بزرگ (کلاس B) نشان دهنده دور بودن داده‌ها از میانگین آنها و واریانس کوچک (کلاس A) نشان دهنده نزدیکی داده‌ها به میانگین آنهاست. چنانچه همه داده‌ها با هم برابر باشند، واریانس آنها صفر خواهد بود. بنابراین واریانس معیار خوبی برای سنجش پراکندگی و تغییرپذیری داده‌ها نسبت به میانگین است.

کار در کلاس

واریانس تعداد کتاب‌های غیردرسی مطالعه شده در «کار در کلاس» قبل، توسط ۷ و ۹ دانش‌آموز را محاسبه کنید.

واریانس	دامنه تغییرات	تعداد کتاب‌های مطالعه شده توسط هر دانش‌آموز
۱۴	۱ ۴ ۶ ۱۲ ۱۴	۸ ۸ ۱۵
۱۴	۱ ۵ ۱۱ ۱۴ ۱۴	۸ ۸ ۱۵

همان‌طور که در این «کار در کلاس»، دیده می‌شود، واریانس برخلاف دامنه تغییرات، با تغییر تعداد و مقادیر داده‌ها تغییر می‌کند.

ویژگی‌های واریانس

اگر هر یک از داده‌های آماری با مقدار ثابتی جمع شود، واریانس آنها تغییر نخواهد کرد. چرا؟

اگر هر یک از داده‌های آماری در مقدار ثابتی ضرب شود، واریانس آنها در مجذور همان مقدار ثابت ضرب خواهد شد. چرا؟

کار در کلاس

۱ در اولین فعالیت، واریانس جرم دوستان محمد چند گرم به توان دو است؟

۲ هوای اهواز در هر ساعت از یک روز بهاری گزارش شد. اگر واریانس دمای هوا ۶ درجه سانتی‌گراد به توان دو باشد، واریانس دمای هوا چند درجه فارنهایت به توان دو است؟ (راهنمایی $F = \frac{9}{5}C + 32$)

انحراف معیار

معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی فعالیت قبل در جدول زیر آمده است.



همان‌طور که در جدول و نمودار بالا دیده می‌شود، واریانس پراکندگی حول میانگین را بیشتر از حد انتظار نشان می‌دهد؛ زیرا در محاسبه واریانس از میانگین مجذور اختلاف از میانگین داده‌ها استفاده می‌شود. درحالی‌که جذر واریانس شاخص بهتری برای پراکندگی حول میانگین داده‌ها است.

درس دوم | انار توصیفی

همان‌طور که در فعالیت قبل دیده می‌شود، واریانس بزرگ (کلاس B) نشان دهنده دور بودن داده‌ها از میانگین آنها و واریانس کوچک (کلاس A) نشان دهنده نزدیکی داده‌ها به میانگین آنهاست. چنانچه همه داده‌ها با هم برابر باشند، واریانس آنها صفر خواهد بود. بنابراین واریانس معیار خوبی برای سنجش پراکندگی و تغییرپذیری داده‌ها نسبت به میانگین است.

کار در کلاس

واریانس تعداد کتاب‌های غیردرسی مطالعه شده در «کار در کلاس» قبل، توسط ۷ و ۹ دانش‌آموز را محاسبه کنید.

واریانس	دامنه تغییرات	تعداد کتاب‌های مطالعه شده توسط هر دانش‌آموز
۱۴	۱ ۴ ۶ ۱۲ ۱۴	۸ ۸ ۱۵
۱۴	۱ ۵ ۱۱ ۱۴ ۱۴	۸ ۸ ۱۵

همان‌طور که در این «کار در کلاس»، دیده می‌شود، واریانس برخلاف دامنه تغییرات، با تغییر تعداد و مقادیر داده‌ها تغییر می‌کند.

ویژگی‌های واریانس

اگر هر یک از داده‌های آماری با مقدار ثابتی جمع شود، واریانس آنها تغییر نخواهد کرد. چرا؟

اگر هر یک از داده‌های آماری در مقدار ثابتی ضرب شود، واریانس آنها در مجذور همان مقدار ثابت ضرب خواهد شد. چرا؟

کار در کلاس

۱ در اولین فعالیت، واریانس جرم دوستان محمد چند گرم به توان دو است؟

۲ هوای اهواز در هر ساعت از یک روز بهاری گزارش شد. اگر واریانس دمای هوا ۶ درجه سانتی‌گراد به توان دو باشد، واریانس دمای هوا چند درجه فارنهایت به توان دو است؟ (راهنمایی $F = \frac{9}{5}C + 32$)

انحراف معیار

معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی فعالیت قبل در جدول زیر آمده است.



همان‌طور که در جدول و نمودار بالا دیده می‌شود، واریانس پراکندگی حول میانگین را بیشتر از حد انتظار نشان می‌دهد؛ زیرا در محاسبه واریانس از میانگین مجذور اختلاف از میانگین داده‌ها استفاده می‌شود. درحالی‌که جذر واریانس شاخص بهتری برای پراکندگی حول میانگین داده‌ها است.